

AKTIVNI FILTRI

Prilikom realizacije funkcije prenosa pasivnim komponentama, najveći problem predstavlja realizacija induktiviteta u vidu namotaja žice, zbog fizičke veličine i lošeg kvaliteta. U Glavi 4 smo već govorili o tome kako možemo pasivni induktivitet simulirati aktivnim komponentama i na taj način filter realizovati integrisanim kolima. Jednako kao i pasivni, aktivni filteri treba da realizuju željenu funkciju prenosa filtera dobijenu nekim od aproksimacionih metoda razmatranih u Glavi 2:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}, \quad m \leq n. \quad (6.1)$$

Postoje dva pristupa pri realizaciji aktivnih filtera:

1. direktni metod,
2. kaskadni metod.

Direktni metod podrazumijeva da se realizuje kompletna funkcija $H(s)$ n -tog reda kao jedinstvena cjelina koja ne predstavlja kombinaciju više filtera nižeg reda. Jedan od načina kako se to može postići se zasniva na realizaciji pasivnih filtera, pa primjeni različitih metoda kojima se u pasivnim filterima zamjenjuju induktivni kalemovi. Od ostalih direktnih metoda obradićemo metod varijabli stanja i sintezu tzv. R-filtera.

Funkciju prenosa (6.1) možemo predstaviti proizvodom funkcija prenosa drugog reda:

$$H(s) = \prod_i H_i(s), \quad (6.2)$$

gdje je opšta forma funkcija prenosa drugog reda data sa:

$$H_i(s) = \frac{a_{i2}s^2 + a_{i1}s + a_{i0}}{s^2 + b_{i1}s + b_{i0}}. \quad (6.3)$$

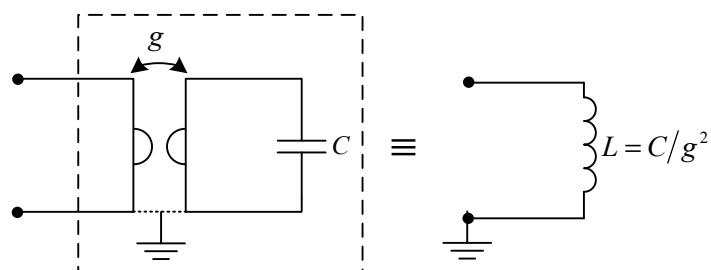
Kaskadnim metodom se, kako samo ime kaže, realizuje funkcija prenosa kaskadnim vezivanjem filtarskih sekcija drugog reda. Tako se složen problem realizacije funkcije prenosa n -tog reda svodi na probleme realizacije funkcija drugog reda u obliku (6.3), koje nazivamo *bikvadratnim funkcijama prenosa*.

6.1 Direktna realizacija preko pasivnih mreža

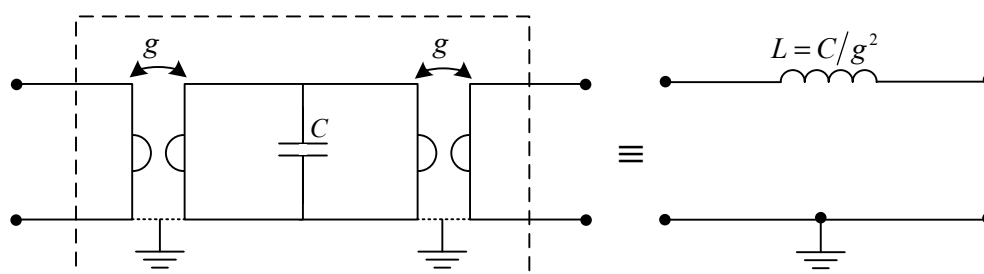
Željena funkcija prenosa se prvo razmatra kao da će biti realizovana pasivnim mrežama. Kada se dođe do električne šeme pasivnog filtra, koristi se simulacija induktiviteta ili metod skaliranja impedanse kako bi se iz mreže uklonili kalemovi.

6.1.1 Simulacija induktiviteta

Simulacija induktiviteta je postupak pri kome se svaki kalem u pasivnoj mreži mijenja kombinacijom žiratora i kondenzatora, na način objašnjen u Glavi 4. Podsjetimo se da su za realizaciju uzemljenog induktiviteta kao na Slici 6.1 potrebna dva operaciona pojačavača kojima se realizuje jedan žirator, dok nam za realizaciju lebdećeg induktiviteta trebaju četiri operaciona pojačavača, odnosno dva žiratora, kao na Slici 6.2. Zbog velike osjetljivosti filtarskih



Slika 6.1 Simulacija uzemljenog induktiviteta.



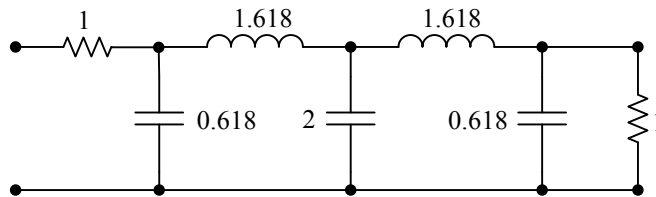
Slika 6.2 Simulacija lebdećeg induktiviteta.

karakteristika na promjene parametara ugrađenih operacionih pojačavača, u praksi se ovaj metod primjenjuje samo ako su svi induktiviteti uzemljeni. Metod koji koristi simulaciju induktiviteta ćemo ilustrovati na primjeru realizacije aktivnog VP filtra.

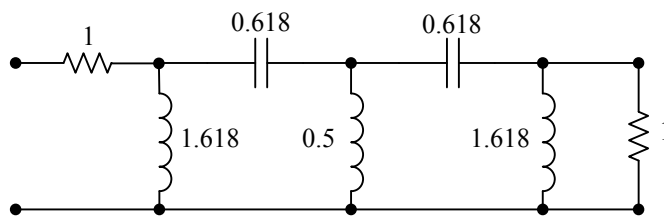
Primjer 6.1:

Realizovati aktivni VP Batervortov filter petog reda sa graničnom učestanošću 1krad/s , zatvoren sa $R_S = 1 \text{K}\Omega$ i $R_L = 1 \text{K}\Omega$. Koristiti metod simulacije induktiviteta.

Rješenje:



Slika 6.3 Normalizovani pasivni NP Batervortov filter petog reda.

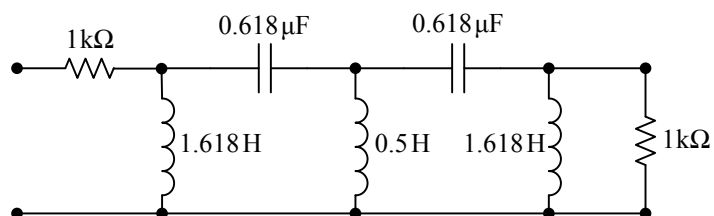


Slika 6.4 Normalizovani VP filter.

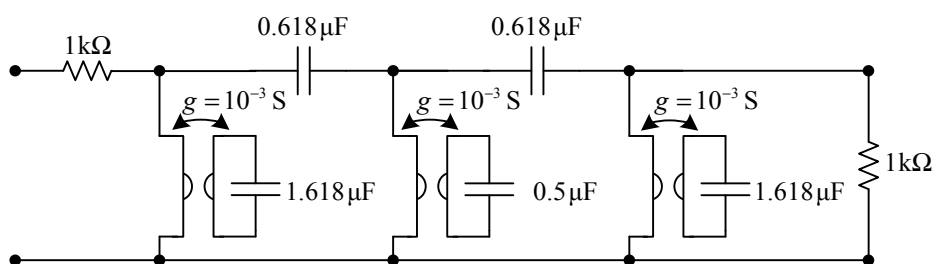
Prvo Darlingtonovom procedurom realizujemo normalizovani pasivni NP Batervortov filter prototip petog reda, kao na Slici 6.3.

Frekvencijskom transformacijom iz normalizovanog NP filtra dobijamo normalizovani VP filter, dat na Slici 6.4. Nakon denormalizacije dobije se pasivni VP filter prikazan na Slici 6.5.

Iako se radi o tipičnim zahtjevima, primjetimo da su vrijednosti induktivnosti velike. Zbog toga simuliramo uzemljene induktivitete na Slici 6.5 pomoću žiratora i kondenzatora.



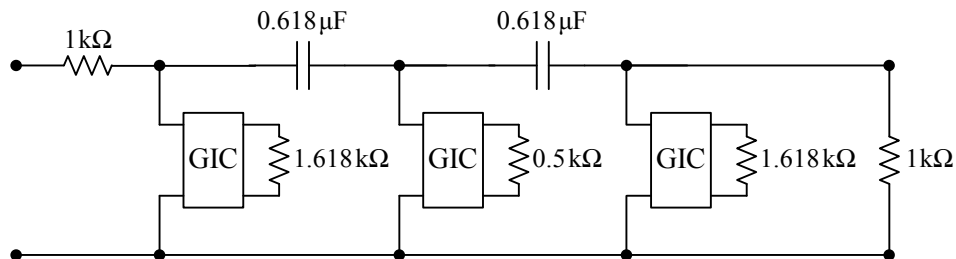
Slika 6.5 Pasivni VP filter.



Slika 6.6 Aktivni Batervortov VP filter petog reda realizovan simulacijom induktiviteta pomoću žiratora.

Žiratorsku provodnost i vrijednost kapacitivnosti opterećnog kondenzatora biramo proizvoljno, vodeći računa da realizujemo potrebnu induktivnost prema relaciji (4.51). Odabrane vrijednosti elemenata u električnoj šemi žiratora treba da budu takve da se sam žirator i njegov opterećni kondenzator jednostavnije realizuju. Ako odaberemo da je $g = 10^{-3} \text{ S}$ i $C = 1.618 \mu\text{F}$, kako bismo prema (4.51) dobili $L = \frac{C}{g^2} = \frac{1.618 \cdot 10^{-6}}{10^{-6}} = 1.618 \text{ H}$, dobijamo aktivni VP filter prikazan na Slici 6.6.

Na Slici 6.8 je prikazana detaljna električna šema aktivnog Batervortovog VP filtra petog reda realizovanog simulacijom induktiviteta pomoću žiratora.



Slika 6.7 Aktivni Batervortov VP filter petog reda realizovan simulacijom induktiviteta pomoću generalisanih konvertora impedanse.

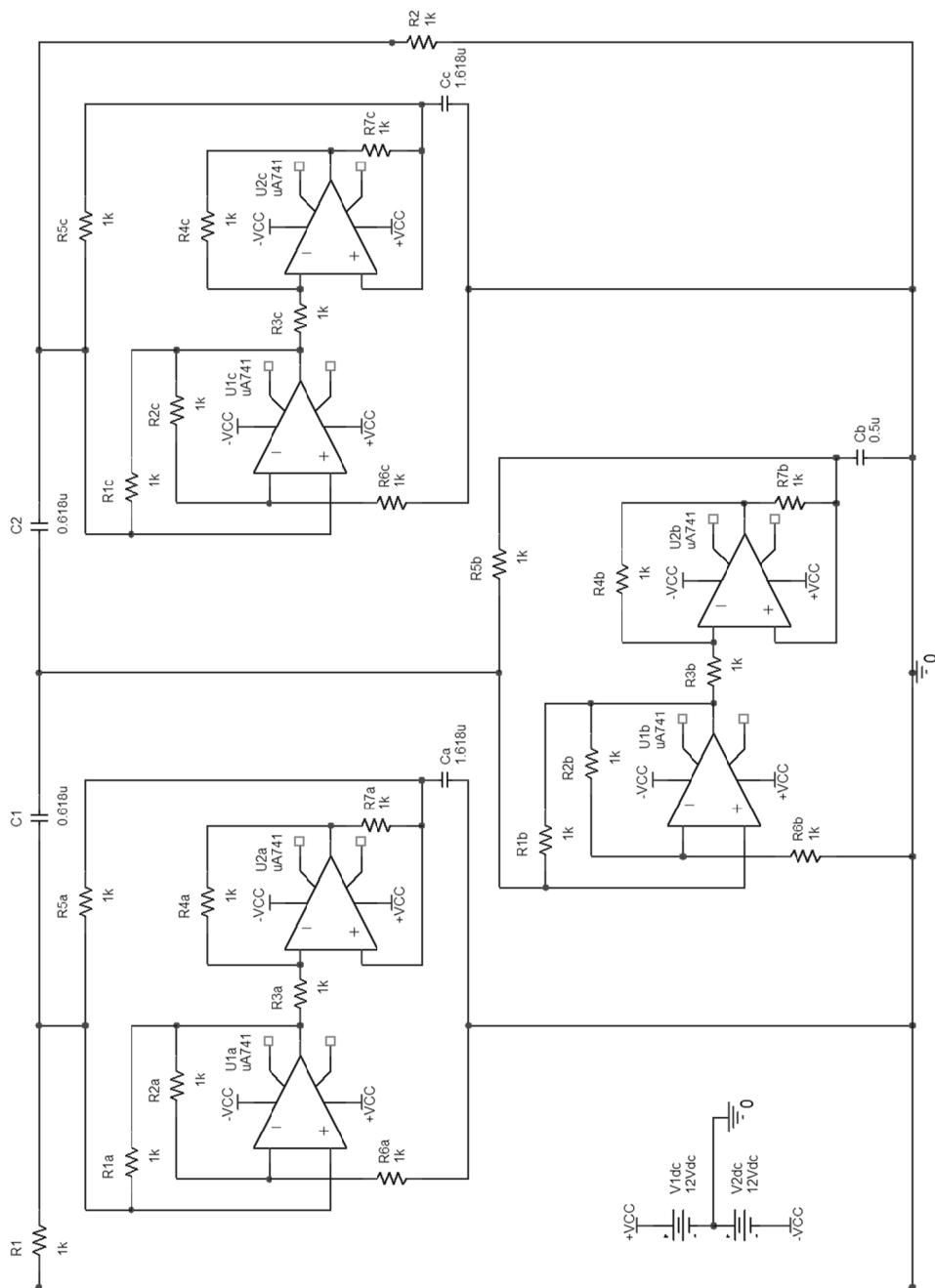
Za simulaciju induktiviteta možemo koristiti i generalisane konvertore impedanse, na način opisan u Glavi 4. Ulazna impedansa GIC-a kod koga su elementi odabrani tako da je $Z_2(s) = R_2$, $Z_3(s) = R_3$, $Z_4(s) = R_4$, $Z_5(s) = \frac{1}{C_5 s}$, i čiji su sekundarni krajevi zatvoreni otpornikom R_6 , je data sa:

$$Z_1(s) = \frac{R_2 R_4 R_6}{R_3} C_5 s, \quad (6.4)$$

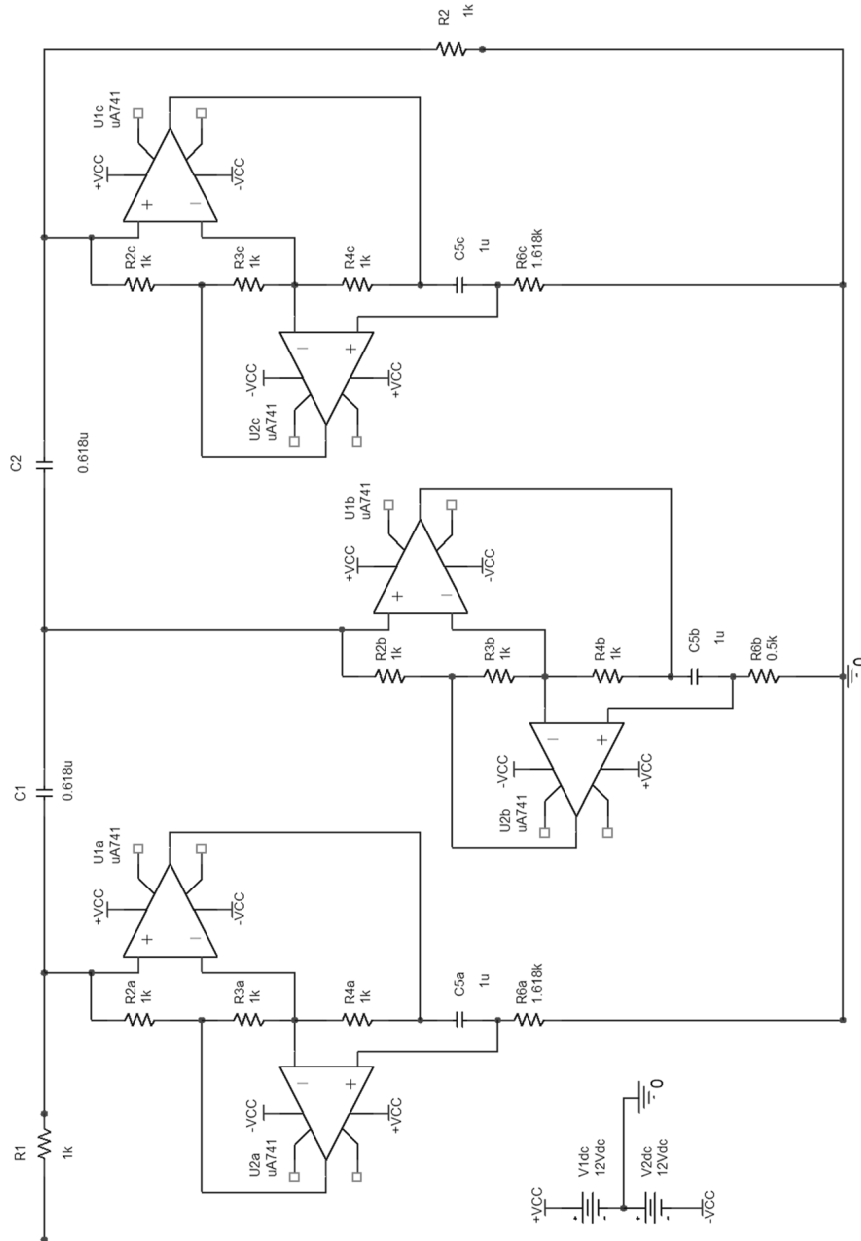
te je simulirana induktivnost:

$$L = \frac{R_2 R_4 R_6 C_5}{R_3}. \quad (6.5)$$

Budući da se GIC izvodi kao uzemljena komponenta sa spojenim priključcima 1' i 2', na ovaj način možemo simulirati samo uzemljene induktivitete. Na Slici 6.7 je prikazan aktivni VP filter kod koga su kalemovi zamijenjeni generalisanim konvertorima impedanse. Detaljna električna šema filtra sa generalisanim konvertorima impedanse, kod kojih je odabrano $R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$ i $C_5 = 1 \mu\text{F}$, je prikazana na Slici 6.9.



Slika 6.8 Aktivni Batervortov VP filtar petog reda realizovan simulacijom induktiviteta pomoću žiratora.



Slika 6.9 Aktivni Batervortov VP filtar petog reda realizovan simulacijom induktiviteta pomoću generalisanih konvertora impedanse.

□

6.1.2 Metod skaliranja impedansi

Transmitanse napona i transmitanse struja neke mreže su bezdimenzionalne veličine koje se ne mijenjaju ako sve impedanse te mreže skaliramo istom vrijednošću. Ako želimo mrežu bez kalemova, podijelićemo svaku impedansu pasivne RLC mreže sa s . Taj metod realizacije funkcije mreže bez kalemova se svodi na sljedeće: u RLC pasivnoj mreži koja realizuje zadata funkciju prenosa svaki kalem induktivnosti $L[H]$ se zamijeni otpornikom otpornosti $L[\Omega]$, svaki otpornik otpornosti $R[\Omega]$ kondenzatorom kapacitivnosti $\frac{1}{R}[F]$, a svaki kondenzator kapacitivnosti $C[F]$ frekvencijski zavisnim negativnim otpornikom impedanse $\frac{1}{s^2D}$, tako da je $D=C[F^2]$. FDNR se realizuje kao aktivna komponenta preko GIC-a čiji su primarni krajevi zatvoreni kondenzatorom. Metod skaliranja impedansi je pogodan za realizaciju NP filtera gdje FDNR mijenja uzemljeni kondenzator u odvodnoj grani jer je FDNR uzemljena komponenta. Pratićemo realizaciju aktivnog filtera metodom skaliranja impedansi kroz Primjer 6.2.

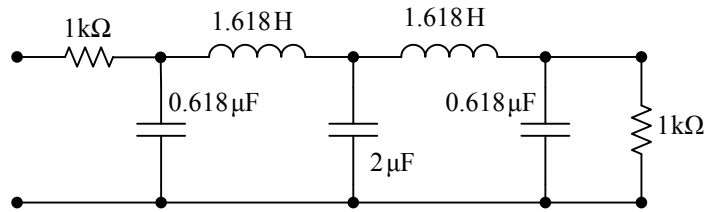
Primjer 6.2:

Metodom skaliranja impedansi realizovati NP Batervortov filter petog reda sa graničnom učestanošću 1 krad/s , zatvoren sa $R_s = 1 \text{ k}\Omega$ i $R_L = 1 \text{ k}\Omega$.

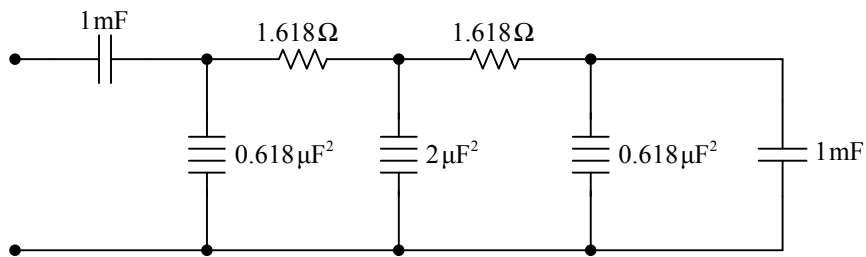
Rješenje:

Prvo se NP Batervortov filter petog reda realizuje kao pasivni filter. Denormalizacijom vrijednosti impedansi u električnoj šemi normalizovanog NP filtera sa Slike 6.3 dobijamo NP filter koji ispunjava postavljene zahtjeve, prikazan na Slici 6.10.

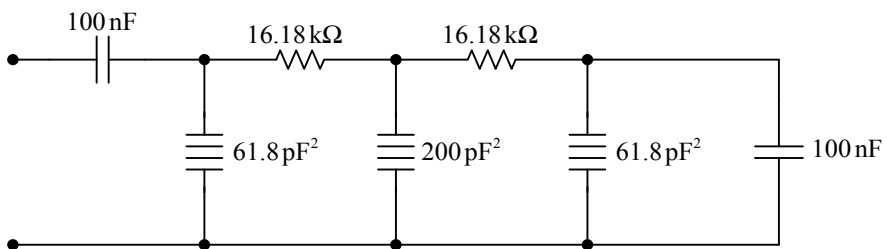
Zatim se skaliranjem impedanse sa s dobije električna šema mreže bez kalemova, prikazana na Slici 6.11, u kojoj su kalemovi zamijenjeni otpornicima, otpornici kondenzatorima, a svaki kondenzator sa FDNR. Da bismo dobili razumne vrijednosti elemenata uvodi se dodatno skaliranje impedanse sa 10^6 . Dobijena mreža je prikazana na Slici 6.12.



Slika 6.10 Pasivni Batervortov NP filtar petog reda.



Slika 6.11 Aktivni Batervortov NP filtar petog reda realizovan metodom skaliranja impedansi.



Slika 6.12 Aktivni Batervortov NP filtar petog reda realizovan metodom skaliranja impedansi sa prihvatljivim vrijednostima elemenata.

Opterećenje filtra treba da ima karakter otpornosti. Zato ćemo kondenzator koji se nalazi na izlazu filtra realizovati koristeći generalisani konvertor impedanse, dat na Slici 6.13.

Ulazna impedansa opterećenog GIC-a sa Slike 6.13 je:

$$Z_{ul}(s) = \frac{Z_2(s)Z_4(s)}{Z_3(s)Z_5(s)} Z_L(s). \quad (6.6)$$

Pretpostavimo da su elementi GIC-a: $Z_2(s) = R_2$, $Z_3(s) = R_3$, $Z_4(s) = 1/C_4 s$, $Z_5(s) = R_5$, tako da je ulazna impedansa:

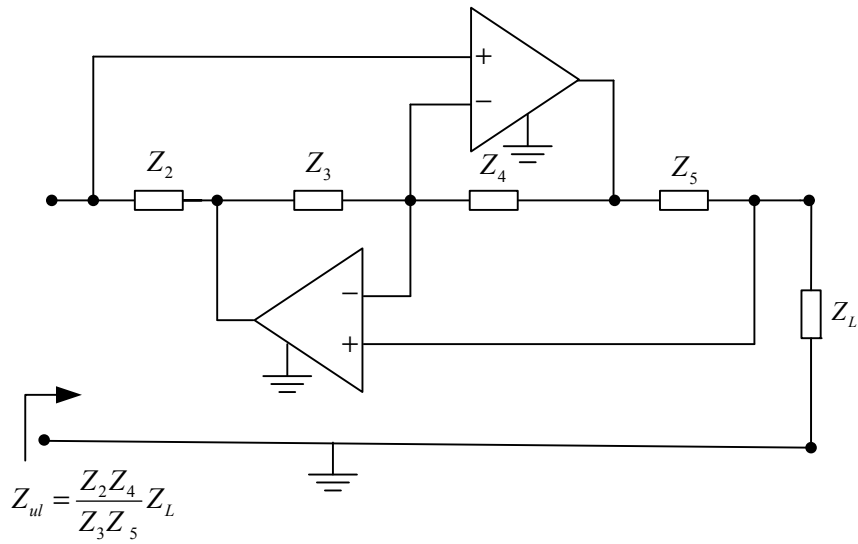
$$Z_{ul}(s) = \frac{R_2}{sR_3R_5C_4} Z_L(s) = \frac{k}{s} Z_L(s), \quad k = \frac{R_2}{R_3R_5C_4}. \quad (6.7)$$

Sada je jasno da kondenzator možemo realizovati tako da na sekundarne krajeve GIC-a sa Slike 6.13 vežemo otpornik R_L . Tada je vrijednost kapacitivnosti:

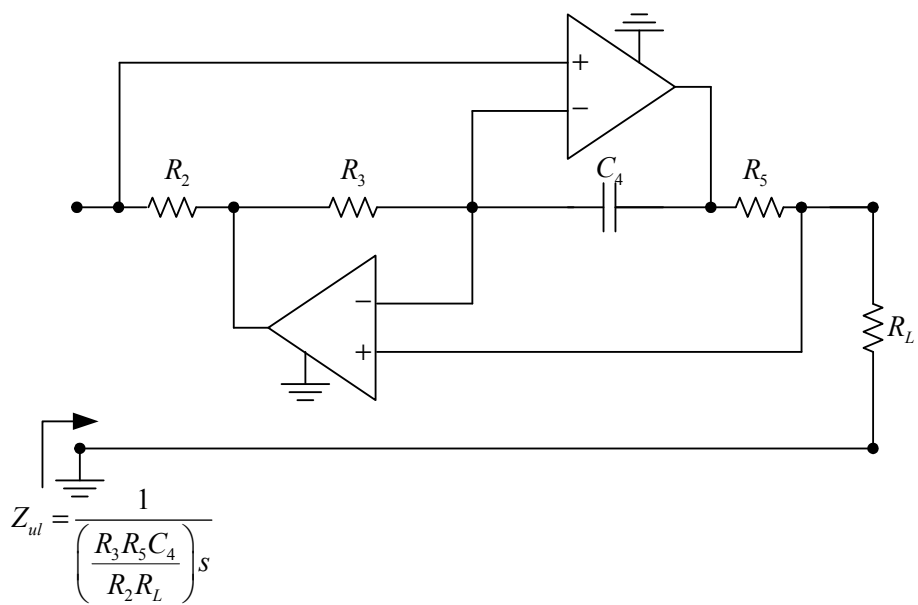
$$C = \frac{R_3R_5}{R_2R_L} C_4. \quad (6.8)$$

Za realizaciju kondenzatora kapacitivnosti $C = 1 \cdot 10^{-6} F$ treba tako podesiti vrijednosti elemenata GIC-a na Slici 6.14 da bude:

$$\frac{R_3R_5}{R_2R_L} C_4 = 10^{-6}. \quad (6.9)$$



Slika 6.13 GIC opterećen sa $Z_L(s)$.



Slika 6.14 Realizacija kondenzatora pomoću GIC-a.

Blok šema realizovanog aktivnog filtra prikazana je na Slici 6.15, a detaljna električna šema na Slici 6.16, na kojoj su za realizaciju tri FDNR-a preko generalisanih konvertora impedanse odabrane sljedeće vrijednosti otpornika:

$$R_{2a} = R_{3a} = R_{4a} = R_{2b} = R_{3b} = R_{4b} = R_{2c} = R_{3c} = R_{4c} = 10 \text{ k}\Omega, \quad (6.10)$$

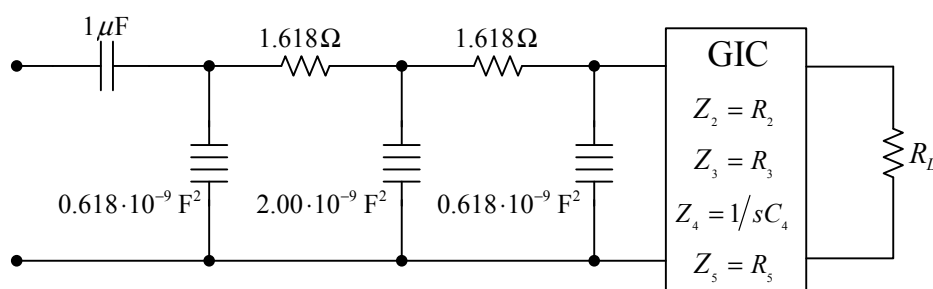
a zatim izračunate potrebne kapacitivnosti:

$$C_{1a} = C_{5a} = C_{1c} = C_{5c} = 78.6 \text{ nF}, \quad C_{1b} = C_{5b} = 141.4 \text{ nF}. \quad (6.11)$$

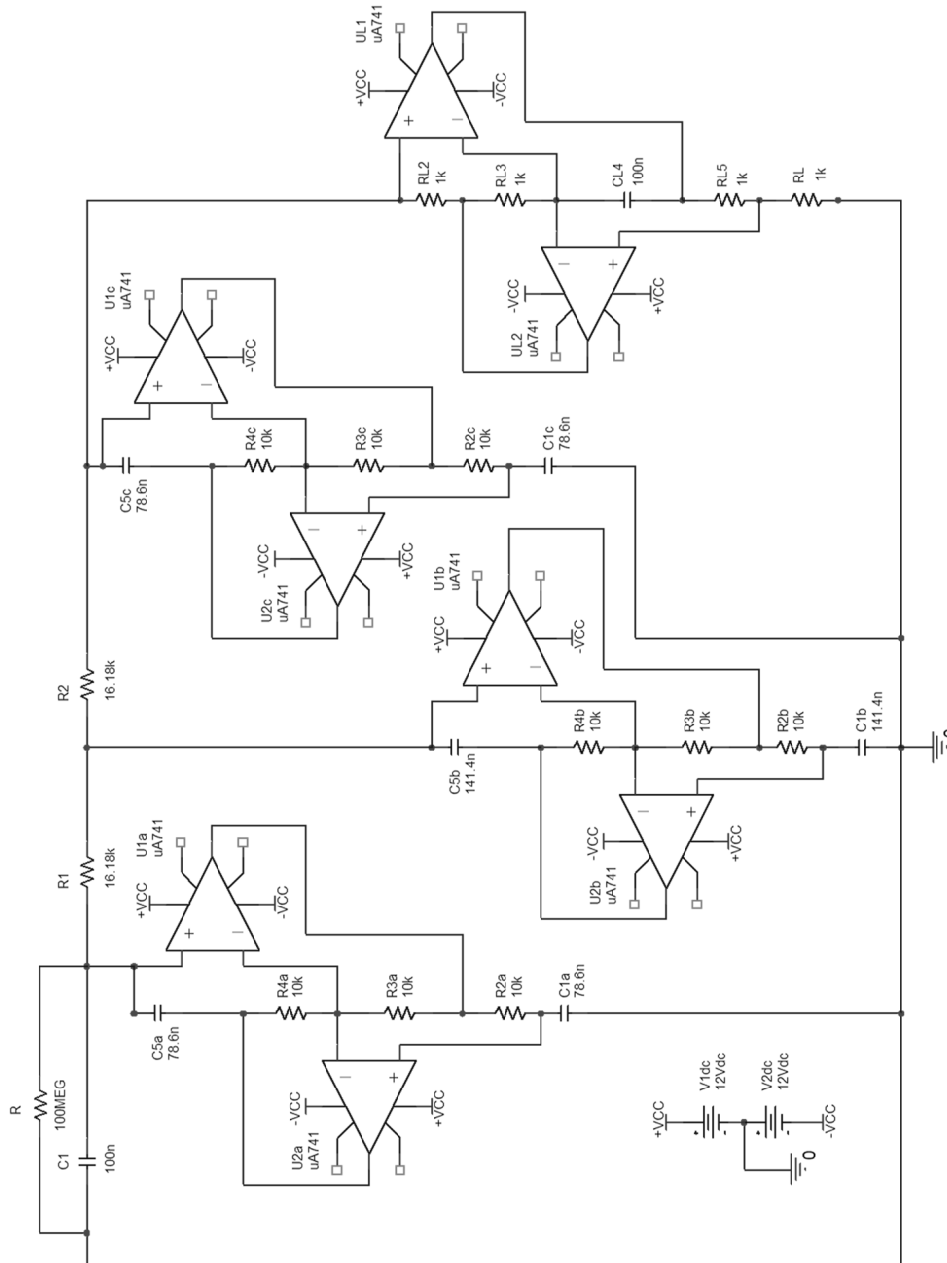
Za realizaciju opterećenog kondenzatora vrijednosti 100 nF korišten je GIC sa sljedećim vrijednostima otpornosti i kapacitivnosti:

$$R_L = R_{L2} = R_{L3} = R_{L5} = 1 \text{ k}\Omega \text{ i } C_{L4} = 100 \text{ nF}. \quad (6.12)$$

Dodatni otpornik vrijednosti $R = 100 \text{ M}\Omega$ u paraleli sa kondenzatorom C_1 osigurava prolaz jednosmjernog signala kroz ovako realizovan filter.



Slika 6.15 Aktivni NP Butervortov filter petog reda realizovan pomoću FDNR.



Slika 6.16 Aktivni Batervortov NP filter petog reda realizovanog metodom skaliranja impedansi.

□

6.2 Direktna realizacija preko varijabli stanja

Metod varijabli stanja je pogodan za realizaciju filtara u integriranoj tehnologiji jer je istom strukturom koju čini pojačavač i više integratora, čiji broj zavisi od reda funkcije prenosa, moguće dobiti različite tipove filtara. Od ranije znamo da se LTI sistem n -tog reda može opisati sa n varijabli stanja. Filtar čija je struktura data na Slici 6.17 direktno realizuje model varijabli stanja. Izlaz svakog od integratora u toj strukturi jednak je naponu na kondenzatoru i odgovara jednoj varijabli stanja. Pretpostavimo da je red funkcije prenosa n neparan cio broj. Ako je n parno filtri se realizuju istom formom, ali završavaju sa otpornikom R_n koji je vezan na čvor B umjesto na čvor A.

Jednačine koje opisuju filtar sa Slike 6.17, kod koga su vrijednosti elemenata tako podešene da postoji broječni odnos $C_1 = RC$, su sljedeće:

$$V_k(s) = -RCsV_{k+1}(s) = (-1)^{n-k} (RCs)^{n-k} V_n(s), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n-1, \quad (6.13)$$

$$V_a(s) = -R_a \left[\frac{V_2(s)}{R_2} + \frac{V_4(s)}{R_4} + \dots + \frac{V_{n-1}(s)}{R_{n-1}} \right], \quad (6.14)$$

$$C_1sV_1(s) + \frac{V_a(s)}{R_a} + \frac{V_i(s)}{R_0} + \left[\frac{V_1(s)}{R_1} + \frac{V_3(s)}{R_3} + \dots + \frac{V_n(s)}{R_n} \right] = 0. \quad (6.15)$$

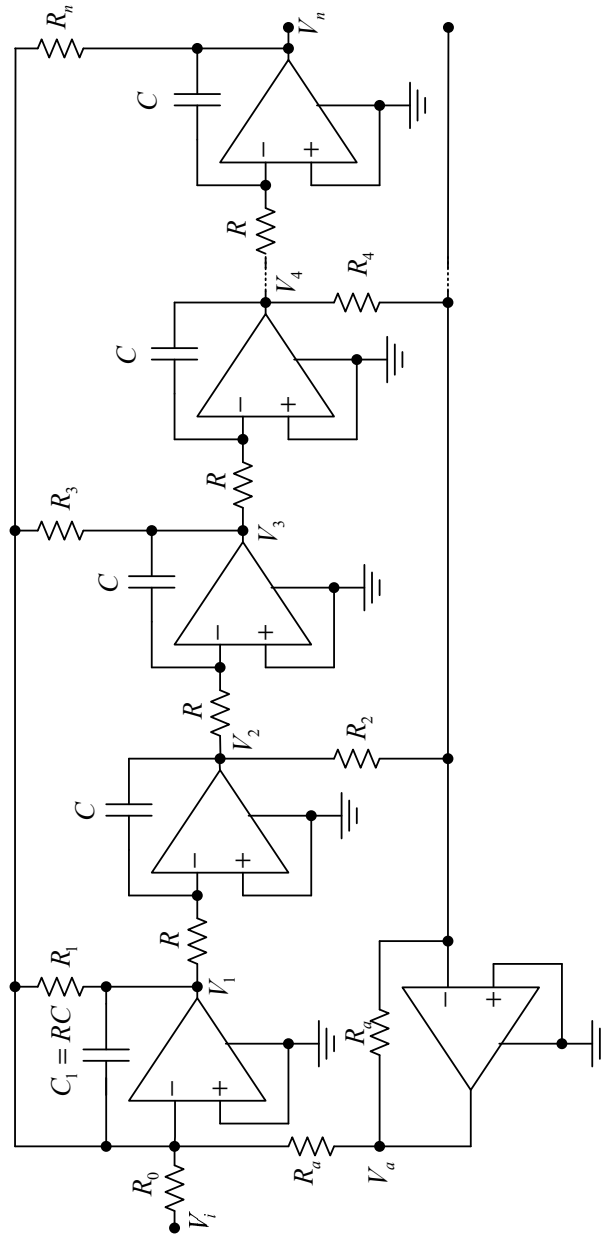
Na osnovu toga je

$$\frac{V_n(s)}{V_i(s)} = - \frac{G_0}{(RCs)^n + G_1(RCs)^{n-1} + G_2(RCs)^{n-2} + \dots + G_n}, \quad (6.16)$$

gdje je:

$$G_i = \frac{1}{R_i}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (6.17)$$

Primjetimo da funkcija prenosa (6.16) ne zavisi od R_a , tako da R_a može poprimiti proizvoljnu konačnu vrijednost različitu od nule.



Slika 6.17 Aktivni filter realizovan metodom varijabli stanja uz n neparno.

Na osnovu opšteg oblika funkcije prenosa mreže na Slici 6.17 datog sa (6.16) zaključujemo da je datu strukturu moguće koristiti za realizaciju NP filtera bez konačnih nula transmisije, kao što su Batervortovi, Čebiševljevi i Beselovi filtri ako se $V_n(s)$ posmatra kao izlazni napon. Istom strukturom moguće je postići i druge tipove filtera, ako kao izlaz filtra posmatramo neki od čvorova $V_k(s)$. To zaključujemo na osnovu funkcija prenosa:

$$H_k(s) = \frac{V_k(s)}{V_i(s)}, \quad k=1,2,\dots,n, \quad (6.18)$$

$$H_k(s) = \frac{V_k(s)}{V_i(s)} = -\frac{(-1)^{n-k} G_0 (RCs)^{n-k}}{(RCs)^n + G_1 (RCs)^{n-1} + \dots + G_n}, \quad \text{za } n \text{ neparno}, \quad (6.19)$$

$$H_k(s) = \frac{V_k(s)}{V_i(s)} = \frac{(-1)^{n-k} G_0 (RCs)^{n-k}}{(RCs)^n + G_1 (RCs)^{n-1} + \dots + G_n}, \quad \text{za } n \text{ parno}. \quad (6.20)$$

Nazivnici (6.18) i (6.19) identični su za svako $k=1,2,\dots,n$. Zbog toga je moguće dodavanjem sabirača realizovali funkciju prenosa proizvoljnog oblika:

$$H(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}. \quad (6.21)$$

Pri tome se na ulaze sabirača vežu odabrani čvorovi $V_k(s)$, ovisno o koeficijentima u brojniku funkcije prenosa (6.21).

Primjer 6.3:

Realizovati filter sa jednolikim oscilacijama u propusnom opsegu sa sljedećim karakteristikama: propusni opseg do 1 krad/s, maksimalno slabljenje unutar propusnog opsega 0.1 dB, minimalno slabljenje u nepropusnom opsegu za $\omega \geq 6$ krad/s treba da bude 40 dB. Koristiti metod varijabli stanja.

Rješenje:

Postavljene zahtjeve zadovoljava Čebiševljev filter trećeg reda čija je funkcija prenosa data sa:

$$H(s) = \frac{1.6381}{(s/10^3)^3 + 1.9388(s/10^3)^2 + 2.6296(s/10^3) + 1.6381}. \quad (6.22)$$

Zapazimo da ne vršimo normalizaciju funkcije prenosa, već jednostavnim poređenjem sa funkcijom prenosa (6.16), uz $n=3$ dobijamo vrijednosti elemenata:

$$C_1 = RC = 10^{-3} \text{ F}, \quad (6.23)$$

$$G_0 = 1.6381 \text{ S} \Rightarrow R_0 = 0.6105 \Omega, \quad (6.24)$$

$$G_1 = 1.9388 \text{ S} \Rightarrow R_1 = 0.5158 \Omega, \quad (6.25)$$

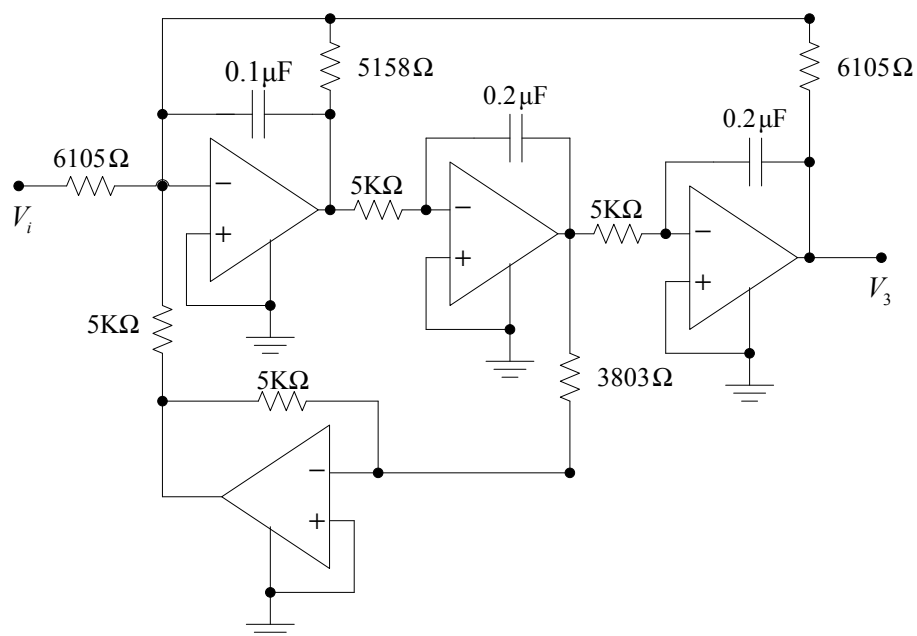
$$G_2 = 2.6296 \text{ S} \Rightarrow R_2 = 0.3803 \Omega, \quad (6.26)$$

$$G_3 = 1.6381 \text{ S} \Rightarrow R_3 = 0.6105 \Omega. \quad (6.27)$$

Radi lakše izvedbe, preostale vrijednosti elemenata treba odabrati tako da se izbjegne veliko rasipanje vrijednosti:

$$R_a = 0.5 \Omega, R = 0.5 \Omega, C = 2 \cdot 10^{-3} \text{ F}. \quad (6.28)$$

Zbog nepraktičnih vrijednosti elemenata, poželjno je izvršiti skaliranje impedanse faktorom 10^4 , tako da je konačna električna šema realizovanog filtra prikazana na Slici 6.18.



Slika 6.18 NP Čebiševljev filtar trećeg reda realizovan metodom varijabli stanja.

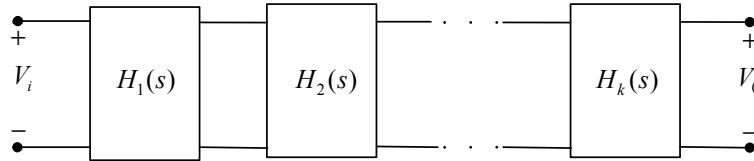
□

6.3 Kaskadna realizacija

Kada se radi sa aktivnim komponentama, funkciju prenosa je moguće realizovati kaskadnim vezivanjem niza filtarskih sekcija prvog i drugog reda:

$$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = H_1(s)H_2(s) \cdots H_k(s), \quad (6.29)$$

kao na Slici 6.19. Na ovaj način se problem realizacije opšte funkcije prenosa svodi na realizaciju bikvadratne funkcije prenosa date sa:



Slika 6.19 Kaskadna realizacija.

$$H_i(s) = \frac{N_i(s)}{D_i(s)} = \frac{a_{2i}s^2 + a_{1i}s + a_{0i}}{s^2 + b_{1i}s + b_{0i}} = \frac{a_{2i}s^2 + a_{1i}s + a_{0i}}{s^2 + \frac{\omega_{0i}}{Q_i}s + \omega_{0i}^2}, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (6.30)$$

Kako bismo ispunili zahtjeve za korektnim kaskadnim vezivanjem, teorijski svaka sekcija mora imati beskonačno veliku ulaznu i zanemarivo malu izlaznu impedansu, što je moguće postići korišćenjem operacionih pojačavača.

6.3.1 Bikvadratne funkcije prenosa

Posebno važna klasa aktivnih mreža realizuje funkcije prenosa filtera drugog reda:

$$H(s) = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{s^2 + b_1s + b_0} = \frac{a_2(s + z_1)(s + z_2)}{(s + p_1)(s + p_2)}, \quad (6.31)$$

pod zajedničkim nazivom bikvadratne funkcije prenosa. One služe kao osnovni gradivni blokovi za širok dijapazon aktivnih filtera. Za linearne i vremenski invarijantne filtre polinomi u brojniku i nazivniku funkcije prenosa imaju realne koeficijente, što znači da se polovi i nule pojavljuju u konjugovano kompleksnim parovima: $p_2 = p_1^*$ i $z_2 = z_1^*$. Stoga bikvadratnu funkciju prenosa filtera drugog reda možemo pisati u obliku:

$$H(s) = K \frac{s^2 + [2\operatorname{Re}(z_1)]s + \operatorname{Re}^2(z_1) + \operatorname{Im}^2(z_1)}{s^2 + [2\operatorname{Re}(p_1)]s + \operatorname{Re}^2(p_1) + \operatorname{Im}^2(p_1)} = K \frac{s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z}s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}. \quad (6.32)$$

Notacija (6.32) jasno ukazuje na važne parametre filtra. Pojačanje jednosmjerne komponente i asimptotsko pojačanje za $\omega \rightarrow \infty$ su dati sa:

$$20 \log_{10} |H(0)| = 20 \log_{10} \left(K \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} \right), \quad (6.33)$$

$$20 \log_{10} |H(\infty)| = 20 \log_{10} K. \quad (6.34)$$

Funkcija pojačanja dostiže svoj maksimum približno na frekvenciji pola:

$$\omega_0 = \sqrt{\operatorname{Re}(p_1)^2 + \operatorname{Im}(p_1)^2}, \quad (6.35)$$

što je radijalna udaljenost od ishodišta do lokacije pola.

Frekvencija ω_z određuje približno tačku u kojoj funkcija pojačanja ima minimum:

$$\omega_z = \sqrt{\operatorname{Re}(z_1)^2 + \operatorname{Im}(z_1)^2}, \quad (6.36)$$

što je radijalna udaljenost od ishodišta do lokacije nule funkcije prenosa.

Visina maksimuma određena je faktorom kvaliteta pola:

$$Q = \frac{\omega_0}{2 \operatorname{Re}(p_1)} = \frac{\sqrt{\operatorname{Re}(p_1)^2 + \operatorname{Im}(p_1)^2}}{2 \operatorname{Re}(p_1)}, \quad (6.37)$$

dok je dubina minimuma određena faktorom kvaliteta nule:

$$Q_z = \frac{\omega_z}{2 \operatorname{Re}(z_1)} = \frac{\sqrt{\operatorname{Re}(z_1)^2 + \operatorname{Im}(z_1)^2}}{2 \operatorname{Re}(z_1)}. \quad (6.38)$$

Faktor kvaliteta pola odgovara oštrom piku u frekvencijskoj karakteristici. Pri malim vrijednostima realnog dijela pola faktor kvaliteta pola je veći, ali je i trajanje prelaznog procesa duže. Kada se nule funkcije prenosa nalaze na imaginarnoj osi, *faktor kvaliteta nule* je beskonačno velik i $\omega_z = \operatorname{Im}(z_1)$ je učestanost na kojoj imamo nulto pojačanje, odnosno beskonačno slabljenje.

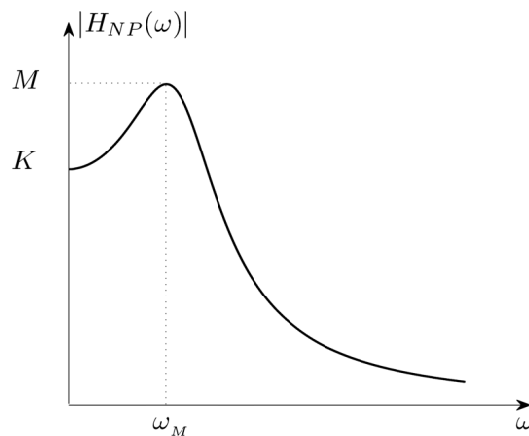
Nekoliko specijalnih slučajeva opšte bikvadratne funkcije je od posebne važnosti.

NP filtar drugog reda

Ako su vrijednosti koeficijenata u bikvadratnoj funkciji prenosa tako odabrane da je $a_2 = a_1 = 0$, funkcija prenosa predstavlja NP filtar drugog reda:

$$H_{NP}(s) = \frac{a_0}{s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{K \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}. \quad (6.39)$$

Primjetimo da $H_{NP}(s)$ ima dvostruku nulu za $s \rightarrow \infty$, pojačanje jednosmjerne komponente $|H_{NP}(0)| = K$, dok za $\omega \gg \omega_0$ amplitudna karakteristika $|H_{NP}(\omega)|$ opada sa faktorom $1/\omega^2$, odnosno sa 40dB po dekadi. Maksimalna vrijednost $M = KQ/\sqrt{1-1/4Q^2}$ nastupa za $\omega_M = \omega_0 \sqrt{1-1/2Q^2}$. Amplitudna karakteristika NP filtra drugog reda prikazana je na Slici 6.20.



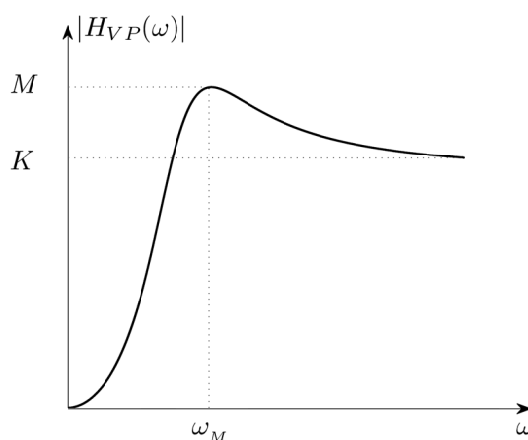
Slika 6.20 Amplitudna karakteristika NP filtra drugog reda.

VP filter drugog reda

Za $a_1 = a_0 = 0$ dobijamo funkciju prenosa VP filtra drugog reda:

$$H_{VP}(s) = \frac{a_2 s^2}{s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{K s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.40)$$

gdje je K pojačanje kad $\omega \rightarrow \infty$. Amplitudna karakteristika VP filtra drugog reda prikazana je na Slici 6.21. Na niskim učestanostima amplitudna karakteristika $|H_{VP}(\omega)|$ raste sa 40dB po dekadi. Maksimalna vrijednost amplitudne karakteristike nastupa za $\omega_M = \omega_0 / \sqrt{1 - 1/4Q^2}$ i jednaka je $M = KQ / \sqrt{1 - 1/4Q^2}$.



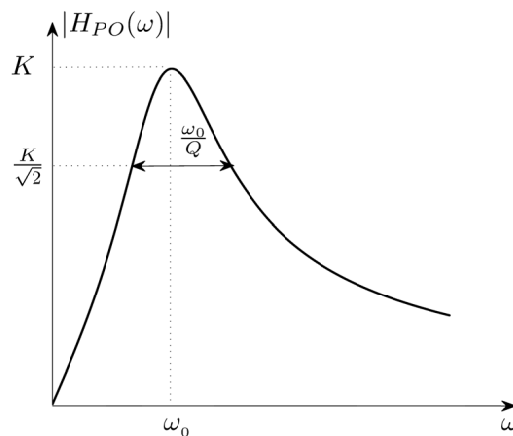
Slika 6.21 Amplitudna karakteristika VP filtra drugog reda.

Filtar PO drugog reda

Ako je $a_2 = a_0 = 0$, funkcija prenosa predstavlja filtar PO drugog reda:

$$H_{PO}(s) = \frac{a_1 s}{s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{K \frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.41)$$

gdje je $K = |H_{PO}(\omega_0)|$ pojačanje u sredini propusnog opsega, na učestanosti pola $\omega = \omega_0$. Funkcija prenosa $H_{PO}(s)$ ima jednostruke nule $s = 0$ i $s = \infty$ u kojima je slabljenje beskonačno veliko. Za $\omega \ll \omega_0$ amplitudna karakteristika raste, a za $\omega \gg \omega_0$ opada sa 20dB po dekadi., vidi Sliku 6.22. Za velike vrijednosti faktora kvaliteta pola, tj. za $Q \gg 1$, amplitudna karakteristika je približno simetrična oko učestanosti pola ω_0 .



Slika 6.22 Amplitudna karakteristika filtra PO drugog reda.

Filtar NPO drugog reda

Filtar NPO drugog reda dobijamo ako je $a_1 = 0$:

$$H_{NPO}(s) = \frac{a_2 s^2 + a_0}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_p^2} = \frac{K(s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.42)$$

gdje je $K = |H_{NPO}(\infty)|$ visokofrekvencijsko pojačanje. Primjetimo da filtar NPO drugog reda, tzv. *notch filtar* ima beskonačno slabljenje (nulu transmisije) za $\omega = \omega_z$, i da su oštrina ureza kao i visina susjedne izbočine kontrolisani faktorom kvaliteta pola Q . Za $\omega_z > \omega_0$ imamo niskopropusni notch filtar, za $\omega_z < \omega_0$ visokopropusni, a za $\omega_z = \omega_0$ simetrični notch filtar. Maksimum se nalazi na učestanosti $\omega_M \approx \omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{[1 - (\omega_z/\omega_0)^2] 2Q^2}}$ i iznosi

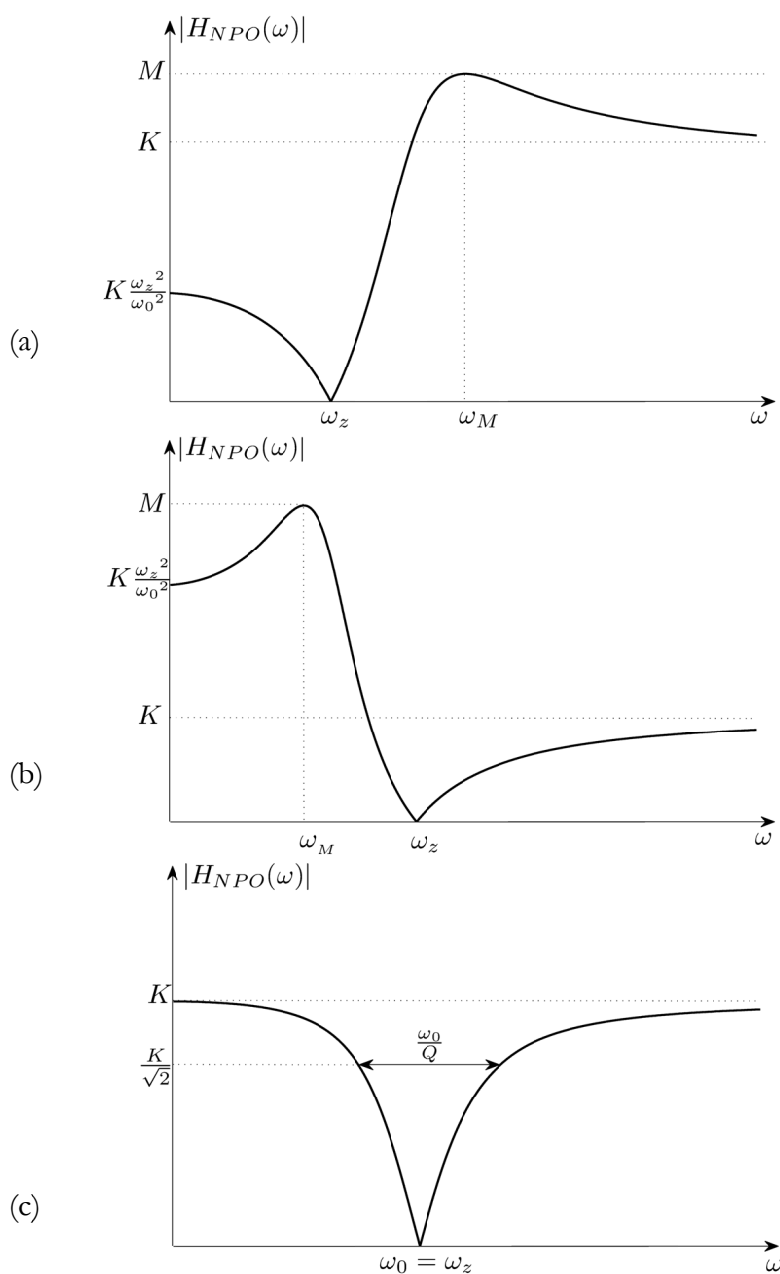
$M \approx KQ |1 - (\omega_z/\omega_0)^2|$. Amplitudne karakteristike ova tri tipa NPO filtara prikazane su na Slici 6.23.

Filtar svepropusnik drugog reda

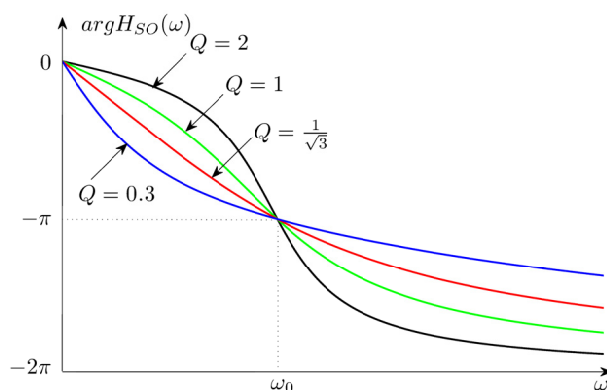
Ako bikvadratnom funkcijom želimo da realizujemo filtar svepropusnik ili ekvalizator faze, potrebno je odrediti koeficijente filtra tako da je:

$$H_{SO}(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + b_1 s + b_0} = K \frac{s^2 - \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} = K \frac{s_n^2 - \frac{1}{Q} s_n + 1}{s_n^2 + \frac{1}{Q} s_n + 1}, \quad (6.43)$$

gdje je K frekvencijski nezavisno pojačanje, a $\omega_n = \frac{\omega}{\omega_0}$ normalizovana učestanost. Fazna karakteristika i normalizovano grupno kašnjenje su dati sa:



Slika 6.23 Amplitudne karakteristike filtara NPO drugog reda:
 (a) niskopropusni notch filtar; (b) visokopropusnu notch filtar i
 (c) simetrični notch filtar.



Slika 6.24 Fazne karakteristike filtera SO drugog reda.

$$\varphi_{SO}(\omega_n) = -2 \operatorname{arctg} \frac{\omega_n/Q}{1-\omega_n^2}, \quad (6.44)$$

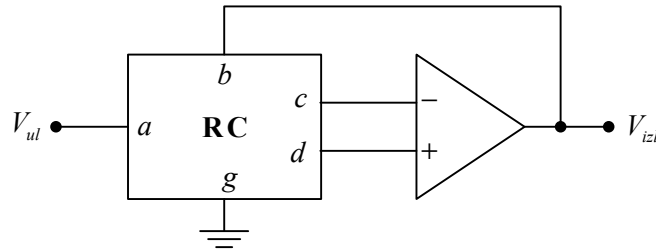
$$\tau_{n,SO}(\omega_n) = \omega_0 \tau_{SO}(\omega_n) = \frac{2}{Q} \cdot \frac{1+\omega_n^2}{(1-\omega_n^2)^2 + (\omega_n/Q)^2}. \quad (6.45)$$

Fazna karakteristika, data na Slici 6.24, i grupno kašnjenje zavise od faktora kvaliteta pola Q . Može se pokazati da se maksimalno ravna kriva grupnog kašnjenja postiže sa $Q=1/\sqrt{3}$. Za $Q>1/\sqrt{3}$ krive kašnjenja imaju vrh na učestanosti $\omega_M \approx \sqrt{1-1/4Q^2}$, čija vrijednost iznosi $\tau_{SO,max} \approx 4Q/\omega_0$.

6.3.2 Realizacija filtera sa bikvadratnim funkcijama prenosa

Filtre koji imaju bikvadratnu funkciju prenosa moguće je realizovati različitim strukturama. Mi ćemo se zadržati na *Sallen-Key topologiji* koja za realizaciju bikvadratne funkcije prenosa koristi jedan operacioni pojačavač i pasivnu RC mrežu.

Posmatrajmo blok šemu filtra prikazanu na Slici 6.25. Funkcija prenosa se dobije iz relacije koja opisuje razlike potencijala između ulaznih priključaka operacionog pojačavača:



Slika 6.25 Blok šema Sallen-Key topologije.

$$T_{da}(s)V_{ul}(s) + T_{db}(s)V_{izl}(s) - T_{ca}(s)V_{ul}(s) - T_{cb}(s)V_{izl}(s) = \frac{1}{A(s)}V_{izl}(s), \quad (6.46)$$

pri čemu su funkcije prenosa pasivne RC podmreže date sa:

$$T_{kl}(s) = \frac{V_k(s)}{V_l(s)} = \frac{N_{kl}(s)}{D_0(s)}, \quad k = c, d; l = a, b, \quad (6.47)$$

dok je $A(s)$ pojačanje operacionog pojačavača. Polinom $D_0(s)$ je isti za sve funkcije prenosa $T_{kl}(s)$ jedne mreže.

Iz (6.46) dobijamo:

$$\frac{1}{A(s)}V_{izl}(s) = [T_{da}(s) - T_{ca}(s)]V_{ul} + [T_{db}(s) - T_{cb}(s)]V_{izl}(s), \quad (6.48)$$

$$H(s) = \frac{V_{izl}(s)}{V_{ul}(s)} = \frac{T_{da}(s) - T_{ca}(s)}{T_{cb}(s) - T_{db}(s) + \frac{1}{A(s)}}. \quad (6.49)$$

Ako želimo da funkcija prenosa (6.49) bude bikvadratna, potrebno je da funkcije prenosa pasivne RC podmreže budu drugog reda. Zapazimo da su nule funkcije prenosa određene direktnim putem kroz RC podmrežu, tj. funkcijama prenosa od ulaznog priključka a prema izlazima c i d RC podmreže. Polove određuje povratna veza, odnosno funkcije prenosa koje povezuju izlaz filtra, priključen na ulaz b RC podmreže, sa izlazima c i d RC podmreže.

Generisanje nula funkcije prenosa

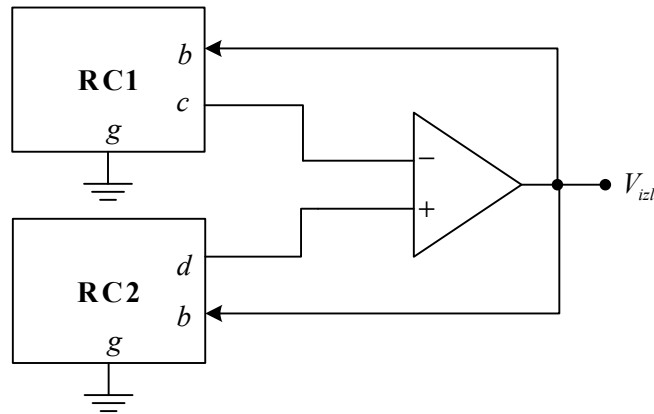
Sopstvene učestanosti mreže, tj. polovi funkcije prenosa $H(s)$ se određuju iz jednačine:

$$T_{cb}(s) - T_{db}(s) + \frac{1}{A(s)} = 0 \quad (6.50)$$

i ne zavise od funkcija prenosa $T_{da}(s)$ i $T_{ca}(s)$ od ulaznog priključka prema izlazima RC podmreže. Podsjetimo se da polove funkcije prenosa, odnosno sopstvene učestanosti mreže, određujemo iz homogenog dijela diferencijalne jednačine, izjednačavajući sve eksitacije sa nulom. U našem slučaju to znači da je prilikom određivanja polova funkcije prenosa $V_{ul}(s) = 0$. Dakle, polovi funkcije prenosa ne zavise od mjesta u RC pomreži na koje dovodimo ulaz, ako se ulazni priključak formira uklanjajući potpuno ili djelimično vezu nekog elementa koji je pri određivanju polova bio vezan na masu. S druge strane, nule funkcije prenosa zavise od mjesta gdje dovedemo ulazni signal, jer se u brojniku funkcije prenosa pojavljuju funkcije prenosa $T_{da}(s)$ i $T_{ca}(s)$ od ulaznog priključka prema izlazima RC podmreže. Zaključujemo da se nule funkcije prenosa mogu kreirati bez narušavanja polova, dovodeći ulazni signal na bilo koji priključak koji je prethodno bio vezan na masu. U praksi to znači sljedeće: ako pronađemo mrežu sa željenim polovima možemo kreirati nule transmisije uklanjajući potpuno ili djelimično vezu nekog elementa sa mase i dovođenjem ulaza na tako formirani priključak.

Generisanje polova funkcije prenosa

Radi jednostavnije analize, RC mreža sa tri para krajeva sa Slike 6.25 se razdvaja na dvije RC mreže sa dva para krajeva kao na Slici 6.26. Za jednu mrežu se usvaja da bude čisto otporna, dok je druga RC mreža u formi opterećene premoštene T-mreže. Obrazloženje za ovakav odabir ćemo dati kasnije. Ako je mreža RC2 čisto otporna, dovođenjem povratne veze preko mreže RC1 na invertujući ulazni priključak operacionog pojačavača formira se filtar sa negativnom povratnom spregom, tzv. *ENF filtar* (ENF – Enhanced Negative Feedback). Ako se odabere da je mreža RC1 čisto otporna, a izlaz operacionog pojačavača se preko mreže RC2 poveže na njegov neinvertujući ulazni priključak, formira se filtar sa pozitivno povratnom spregom, tzv. *EPF filtar* (EPF – Enhanced Positive Feedback).



Slika 6.26 Blok šema Sallen-Key topologije koristeći RC pod mreže sa dva pristupa.

Kasnije ćemo pokazati da je dobra osobina ovih filtara da frekvencija pola filtra ne zavisi od pojačanja operacionog pojačavača i jednaka je frekvenciji pola RC pod mreže.

Posmatrajući sliku 6.26, lako se pokaže da je:

$$\frac{1}{A(s)} V_{izl}(s) = T_{db}(s) \cdot V_{izl}(s) - T_{cb}(s) \cdot V_{izl}(s), \quad (6.51)$$

$$T_{cb}(s) - T_{db}(s) + \frac{1}{A(s)} = 0, \quad (6.52)$$

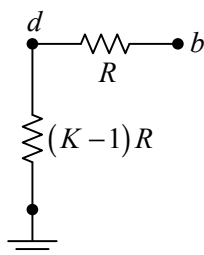
$$\frac{1}{D_1(s)D_2(s)} \left[N_{cb}(s)D_2(s) - N_{db}(s)D_1(s) + \frac{D_1(s)D_2(s)}{A(s)} \right] = 0. \quad (6.53)$$

Sa $T_{cb}(s)$ i $T_{db}(s)$ su označene funkcije prenosa RC pod mreža sa dva pristupa:

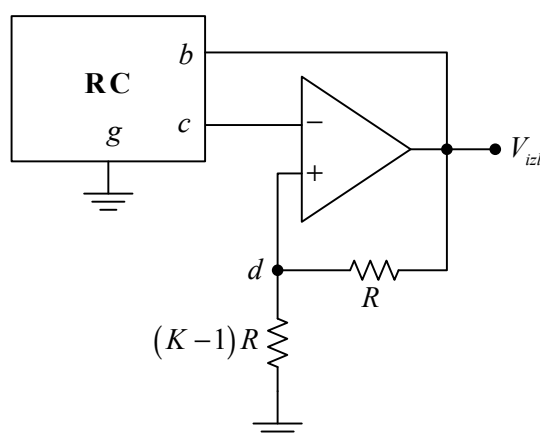
$$T_{cb}(s) = \frac{N_{cb}(s)}{D_1(s)}, \quad (6.54)$$

$$T_{db}(s) = \frac{N_{db}(s)}{D_2(s)}. \quad (6.55)$$

Ovo svođenje mreže sa tri pristupa na dvije mreže sa dva pristupa ima za posljedicu povećanje broja polova sa dva na četiri. Čak i ako se mreže RC1 i RC2 projektuju da budu jednake, u praksi to nikad nije moguće postići i uvijek je $D_1(s) \neq D_2(s)$. Zbog toga biramo da jedna RC podmreža bude čisto otporna. Pretpostavimo da je RC2 podmreža sa Slike 6.26 čisto otporna i nezavisna od učestanosti, te da se sastoji od dva otpornika, kao što je prikazano na Slici 6.27. Povratna veza je preko RC podmreže dovedena na invertujući ulaz operacionog pojačavača, te se radi o ENF topologiji, prikazanoj na Slici 6.28.



Slika 6.27 Otporna RC podmreža u ENF topologiji.



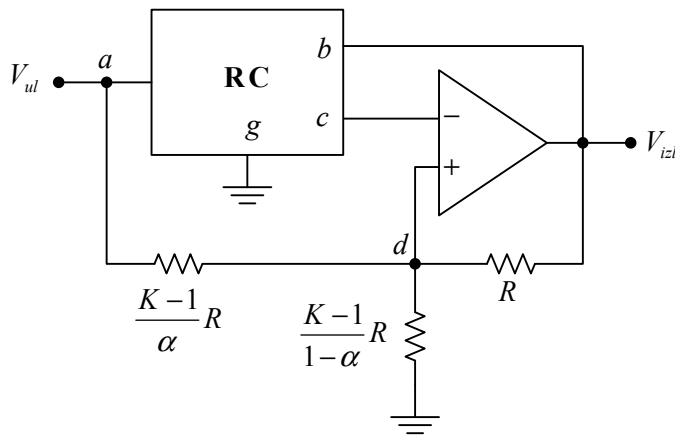
Slika 6.28 ENF topologija (mrtvo kolo).

U blok šemi datoj na Slici 6.28 nije izveden ulazni priključak. Kolo bez ulaznih priključaka nazivamo *mrtvo kolo*.

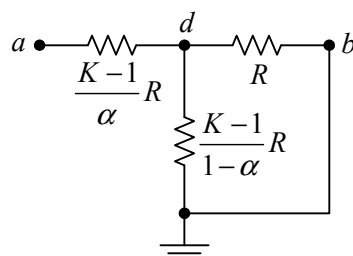
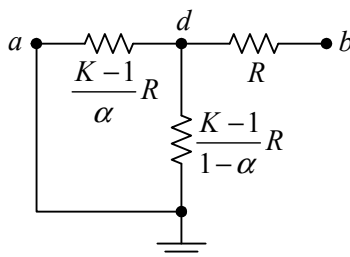
Već smo rekli da se ulazni priključak filtra formira uklanjajući potpuno ili djelimično vezu nekog elementa koji je u mrtvom kolu bio vezan na masu i njegovim vezivanjem na ulazni priključak. ENF filtar koji se dobije kada se u RC pod mreži na Slici 6.28 formira ulazni priključak je prikazan na Slici 6.29. Njegova funkcija prenosa je data sa (6.49), ali ćemo je ovdje, radi boljeg razumijevanja daljnjeg izlaganja, ponoviti:

$$H(s) = \frac{T_{da}(s) - T_{ca}(s)}{T_{cb}(s) - T_{db}(s) + \frac{1}{A(s)}}. \quad (6.56)$$

Za potpuno određivanje funkcije prenosa ENF filtra, neophodno je odrediti funkcije prenosa $T_{da}(s)$ i $T_{db}(s)$ otporne pod mreže, te $T_{ca}(s)$ i $T_{cb}(s)$ RC pod mreže.



Slika 6.29 ENF topologija sa ulaznim priključkom.


 Slika 6.30 Određivanje funkcije prenosa $T_{da}(s)$.

 Slika 6.31 Određivanje funkcije prenosa $T_{db}(s)$.

Prilikom određivanja funkcije prenosa $T_{da}(s)$ tačka b se vezuje na masu (Slika 6.30), dok se prilikom određivanja funkcije prenosa $T_{db}(s)$ tačka a vezuje na masu (Slika 6.31).

Posmatrajući Sliku 6.30 lako određujemo funkciju prenosa $T_{da}(s)$:

$$T_{da}(s) = \frac{\alpha}{K}, \quad (6.57)$$

dok je funkcije prenosa $T_{db}(s)$ određena iz šeme na Slici 6.31 data sa:

$$T_{db}(s) = \frac{N_{db}(s)}{D_2(s)} = \frac{K-1}{K}. \quad (6.58)$$

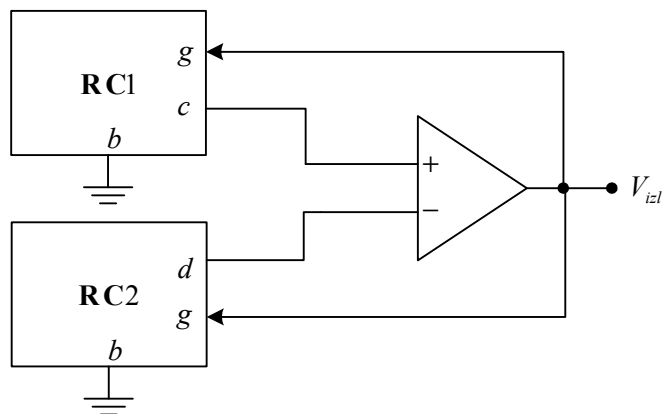
Uvrštavanjem (6.58) u (6.53) dobijamo:

$$T_{cb}(s) - \frac{K-1}{K} + \frac{1}{A(s)} = \frac{1}{D_1(s)} \left[N_{cb}(s) - \frac{K-1}{K} D_1(s) + \frac{D_1(s)}{A(s)} \right] = 0. \quad (6.59)$$

Kasnijom analizom ćemo pokazati da ovako ostvarena povratna sprega utiče na poboljšanje Q faktora. Budući da je povratna veza ostvarena preko invertujućeg ulaza operacionog pojačavača radi se o negativnoj povratnoj sprezi, te je ova topologija nazvana ENF.

Komplementarna transformacija

Sallen-Key topologija ima osobinu da se polovi mreže ne mijenjaju ako se istovremeno zamijene ulazni priključci operacionog pojačavača, te izlaz operacionog pojačavača sa masom. Ovaj postupak se naziva *komplementarna transformacija*, a dobijena mreža komplementarna mreža. Kako bismo pokazali da to vrijedi, posmatrajmo blok šemu Sallen-Key topologije na Slici 6.26. Komplementarna mreža je prikazana na Slici 6.32. Primjetimo da se topologija mreže nije promjenila komplementarnom transformacijom.



Slika 6.32 Mreža dobijena komplementarnom transformacijom mreže sa Slike 6.26.

Kako bismo odredili polove mreže na Slici 6.32, napišimo relaciju koja vrijedi za tu mrežu:

$$T_{dg}(s) - T_{cg}(s) + \frac{1}{A(s)} = 0. \quad (6.60)$$

Funkciju prenosa $T_{dg}(s)$ možemo izraziti preko funkcije prenosa $T_{db}(s)$ na sljedeći način:

$$T_{dg}(s) = \frac{V_{db}(s)}{V_{gb}(s)} = \frac{V_{dg}(s) + V_{gb}(s)}{V_{gb}(s)} = 1 + \frac{V_{dg}(s)}{V_{gb}(s)} = 1 - T_{db}(s). \quad (6.61)$$

Slično uradimo za funkciju prenosa T_{cg} :

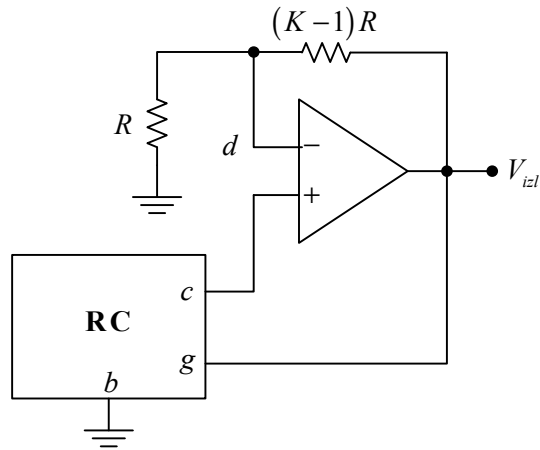
$$T_{cg}(s) = \frac{V_{cb}(s)}{V_{gb}(s)} = \frac{V_{cg}(s) + V_{gb}(s)}{V_{gb}(s)} = 1 + \frac{V_{cg}(s)}{V_{gb}(s)} = 1 - T_{cb}(s). \quad (6.62)$$

Uvrštavajući (6.61) i (6.62) u (6.60) dobijamo:

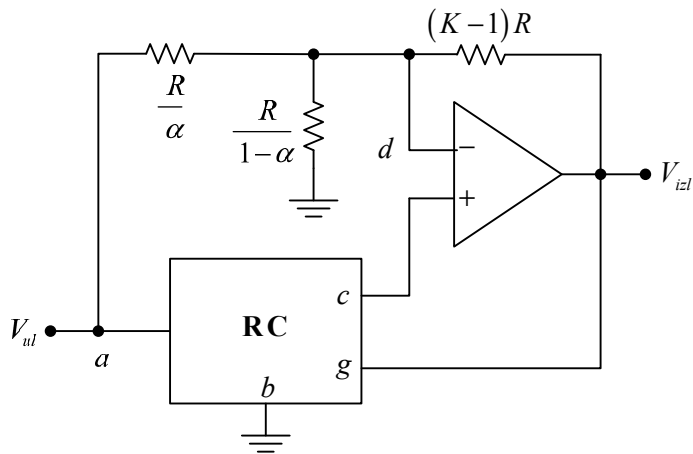
$$\begin{aligned} T_{dg}(s) - T_{cg}(s) + \frac{1}{A(s)} &= 1 - T_{db}(s) - [1 - T_{cb}(s)] + \frac{1}{A(s)} = \\ &= T_{cb}(s) - T_{db}(s) + \frac{1}{A(s)}, \end{aligned} \quad (6.63)$$

Poređenjem (6.63) sa (6.52) zaključujemo da mreža prikazana na Slici 6.32 ima iste polove kao mreža prikazana na Slici 6.26. Ako uradimo komplementarnu transformaciju ENF mrtvog kola sa Slike 6.27 dobićemo topologiju prikazanu na Slici 6.33. Povratna veza je ostvarena preko RC podmreže i neinvertujućeg priključka operacionog pojačavača, te se radi o EPF topologiji. Otporna podmreža je sada vezana na invertujući ulaz operacionog pojačavača. Ako su RC podmreže na slikama 6.27 i 6.33 jednake, ENF i EPF topologije imaju iste polove. Nakon formiranja ulaznog priključka, EPF filter je prikazan na Slici 6.34. Funkcija prenosa EPF filtra je data sa:

$$H(s) = \frac{T_{ca}(s) - T_{da}(s)}{T_{dg}(s) - T_{cg}(s) + \frac{1}{A(s)}}. \quad (6.64)$$



Slika 6.33 EPF topologija (mrtvo kolo).



Slika 6.34 EPF topologija sa ulaznim priključkom.

Funkcije prenosa otporne pod mreže se odrede na sličan način kao kod ENF filtra.

RC podmreže u Sallen-Key topologiji

Zadržaćemo se sada na strukturi RC podmreže. Pošto želimo da realizujemo bikvadratne funkcije prenosa, u izrazu za funkciju prenosa filtra (6.49), funkcije prenosa RC podmreže moraju biti drugog reda.

Posmatraćemo prvo ENF topologiju prikazanu na Slici 6.28. Za funkciju prenosa RC podmreže $T_{cb}(s)$ ENF filtra usvojićemo sljedeći način zapisa:

$$T_{cb}(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + \frac{\omega_1}{q_p} s + \omega_1^2} = \frac{N_{cb}(s)}{D_1(s)}. \quad (6.65)$$

Budući da se radi o RC mreži, njeni polovi moraju biti jednostruki i ležati na negativnom dijelu realne ose u s ravni. Zbog toga za faktor kvaliteta pola RC podmreže vrijedi da je $q_p < 0.5$. To se lako pokaže na sljedeći način. Neka su polovi RC podmreže p_1 i p_2 . Tada je:

$$D_1(s) = (s - p_1)(s - p_2) = s^2 - (p_1 + p_2)s + p_1 p_2 = s^2 + \frac{\omega_1}{q_p} s + \omega_1^2, \quad (6.66)$$

odakle slijedi:

$$\frac{\omega_1}{q_p} = p_1 + p_2 \Rightarrow q_p = \frac{\sqrt{p_1 p_2}}{p_1 + p_2} < 0.5. \quad (6.67)$$

Posmatrajmo sada funkciju prenosa ENF filtra:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{T_{da}(s) - T_{ca}(s)}{T_{cb}(s) - T_{db}(s) + \frac{1}{A(s)}}. \quad (6.68)$$

Sve funkcije prenosa RC podmreže: $T_{ca}(s)$, $T_{da}(s)$ i $T_{cb}(s)$ imaju isti polinom u nazivniku:

$$D_1(s) = s^2 + \frac{\omega_1}{q_p} s + \omega_1^2. \quad (6.69)$$

Funkcija prenosa $T_{db}(s)$ data sa (6.57) je funkcija prenosa otporne podmreže.

Zbog toga je nazivnik funkcije prenosa dat sa:

$$T_{cb}(s) - \frac{K-1}{K} + \frac{1}{A(s)} = \left[N_{cb}(s) - \left(\frac{K-1}{K} - \frac{1}{A(s)} \right) D_1(s) \right] \frac{1}{D_1(s)}. \quad (6.70)$$

Uz prepostavku da pojačanje operacionog pojačavača $A(s)$ ne zavisi od učestanosti i uvodeći oznaku:

$$k_0 = \frac{K-1}{K} - \frac{1}{A} \quad (6.71)$$

dobijamo:

$$\begin{aligned} \frac{N_{cb}(s) - k_0 D_1(s)}{D_1(s)} &= \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0 - k_0 s^2 - k_0 \frac{\omega_1}{q_p} s - k_0 \omega_1^2}{D_1(s)}, \\ \frac{N_{cb}(s) - k_0 D_1(s)}{D_1(s)} &= \frac{(a_2 - k_0) s^2 + \left(a_1 - k_0 \frac{\omega_1}{q_p} \right) s + (a_0 - k_0 \omega_1^2)}{D_1(s)}, \\ \frac{N_{cb}(s) - k_0 D_1(s)}{D_1(s)} &= \frac{s^2 + \frac{a_1 - k_0 \frac{\omega_1}{q_p}}{a_2 - k_0} s + \frac{a_0 - k_0 \omega_1^2}{a_2 - k_0}}{\frac{D_1(s)}{a_2 - k_0}} = \frac{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}{\frac{D_1(s)}{a_2 - k_0}}. \end{aligned} \quad (6.72)$$

Konačno, funkciju prenosa ENF filtra možemo zapisati u obliku:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{T_{da}(s) - T_{ca}(s)}{T_{cb}(s) - T_{db}(s) + \frac{1}{A}} = \frac{1}{a_2 - k_0} \frac{[T_{da}(s) - T_{ca}(s)] D_1(s)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.73)$$

gdje su:

$$\omega_0^2 = \frac{a_0 - k_0 \omega_1^2}{a_2 - k_0}, \quad (6.74)$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{a_1 - k_0 \frac{\omega_1}{q_p}}{a_2 - k_0}. \quad (6.75)$$

Učestanost ω_0 određuje mjesto gdje se pojavljuje maksimum amplitudne karakteristike, dok vrijednost Q faktora utiče na vrijednost maksimuma. Oba ova parametra filtra zavise od k_0 , tj. od pojačanja operacionog pojačavača A . Kako je pojačanje operacionog pojačavača parametar visoke varijabilnosti potrebno je parametre filtra odabrati tako da učestanost ω_0 ne zavisi od tog pojačanja. Posmatrajući (6.74) vidimo da je to moguće postići na dva načina.

Prvi način je da postavimo $a_2 = a_0 = 0$, tako da funkcija prenosa RC pod mreže $T_{cb}(s)$ bude propusnik opsega. Međutim, tada su nule polinoma $D(s)$ u desnoj poluravni s ravni i ENF filter nije stabilan. Zato biramo drugu mogućnost da je:

$$a_0 = a_2 \omega_1^2 \quad (6.76)$$

tako da funkcija prenosa RC pod mreže $T_{cb}(s)$ poprima sljedeći oblik:

$$T_{cb}(s) = a_2 \frac{s^2 + \frac{\omega_1}{q_z} s + \omega_1^2}{s^2 + \frac{\omega_1}{q_p} s + \omega_1^2}. \quad (6.77)$$

Posmatrajući (6.77) zaključujemo da za koeficijente u funkciji prenosa $T_{cb}(s)$ ove RC pod mreže vrijedi da je:

$$a_1 = a_2 \frac{\omega_1}{q_z}. \quad (6.78)$$

Ovakvim izborom parametara RC pod mreže dobijamo stabilan filter kod koga je:

$$\omega_1 = \omega_0, \quad (6.79)$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{a_1 - k_0 \frac{\omega_1}{q_p}}{a_2 - k_0}, \quad (6.80)$$

pa je faktor kvaliteta pola funkcije prenosa $H(s)$ ENF filtra:

$$Q = \frac{q_z}{1 - \frac{k_0}{a_2 - k_0} q}, \quad (6.81)$$

gdje je uvedena oznaka:

$$q = \frac{q_z}{q_p} - 1. \quad (6.82)$$

Koeficijenti polinoma u bikvadratnoj funkciji su realni i pozitivni, pa iz (6.73) zaključujemo da član $(a_2 - k_0)$ mora biti pozitivan, te je $a_2 > k_0$. Da bi filtar bio stabilan mora biti $Q > 0$, jer se iz (6.73) lako vidi da bi negativna vrijednost koeficijenta uz s u nazivniku funkcije prenosa dovela do toga da se polovi funkcije prenosa nađu u desnoj poluravni s ravni. Iz ovih uslova i (6.81) izvodimo novi zahtjev da je:

$$1 - \frac{k_0}{a_2 - k_0} q > 0 \Rightarrow \frac{qk_0}{a_2 - k_0} < 1, \quad (6.83)$$

odnosno da je:

$$\frac{1}{K} > 1 - \frac{1}{A} - a_2 \frac{q_p}{q_z} \approx 1 - a_2 \frac{q_p}{q_z}. \quad (6.84)$$

Ovo je uslov kojim je određen odnos otpornika u otpornoj podmreži na Slici 6.27. Primjetimo da je frekvencija pola ω_0 funkcije prenosa ENF filtra jednaka frekvenciji pola njegove RC podmreže ω_1 , što znači da je određena samo pasivnim komponentama. Svi dobri aktivni filtri treba da budu projektovani tako da imaju ove osobine. Međutim, prethodna razmatranja izvedena su pod pretpostavkom da pojačanje operacionog pojačavača ne zavisi od učestanosti, što je daleko od onog što imamo u praksi.

Slična analiza se može sprovesti i za EPF topologiju, tako da za filter na Slici 6.33 vrijede sljedeće relacije:

$$T_{cg}(s) = \frac{N_{cg}(s)}{D_1(s)} = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + \frac{\omega_1}{q_p} s + \omega_1^2}, \quad (6.85)$$

$$D(s) = T_{cg}(s) - \frac{1}{K} - \frac{1}{A(s)} = \left[N_{cg}(s) - \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{A(s)} \right) D_1(s) \right] \frac{1}{D_1(s)}, \quad (6.86)$$

$$k_1 = \frac{1}{K} + \frac{1}{A}, \quad (6.87)$$

$$\omega_0^2 = \frac{a_0 - k_1 \omega_1^2}{a_2 - k_1}. \quad (6.88)$$

Birajući $a_2 = a_0 = 0$ dobijamo funkciju prenosa:

$$T_{cg}(s) = \frac{\frac{\omega_1}{q_z} s}{s^2 + \frac{\omega_1}{q_p} s + \omega_1^2}, \quad (6.89)$$

uz:

$$\omega_0 = \omega_1, \quad (6.90)$$

$$Q = q_z \frac{1}{q - \frac{1 - k_1}{k_1}}. \quad (6.91)$$

Iz uslova stabilnosti EPF filtra $Q > 0$ slijedi da je:

$$q > \frac{1 - k_1}{k_1}, \quad (6.92)$$

odnosno:

$$\frac{1}{K} + \frac{1}{A} > \frac{q_p}{q_z}. \quad (6.93)$$

Uz uslov da je pojačanje operacionog pojačavača beskonačno veliko, za stabilnost EPF filtra treba da bude:

$$K < \frac{q_z}{q_p}. \quad (6.94)$$

Ako bismo izabrali da je $a_0 = a_2 \omega_1^2$, može se pokazati da iz uslova stabilnosti $Q > 0$ dobijamo da je:

$$\frac{1}{K} + \frac{1}{A} < a_2 \frac{q_z}{q_p}. \quad (6.95)$$

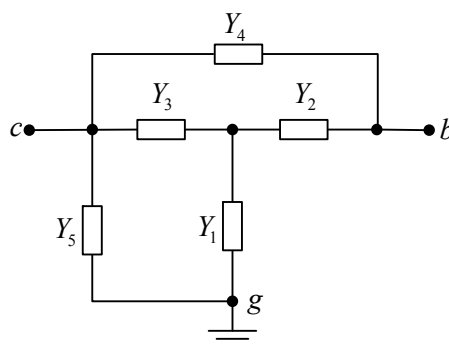
Kako prilikom dovođenja napajanja pojačanje operacionog pojačavača postepeno raste od nule do neke velike vrijednosti, očito je da prethodnu jednačinu nije moguće trenutno zadovoljiti. Prema tome, EPF topologiju realizujemo RC podmrežama tipa propusnika opsega kod kojih je $a_2 = a_0 = 0$.

Na osnovu provedenih razmatranja zaključujemo da za realizaciju bikvadratne funkcije RC podmreže:

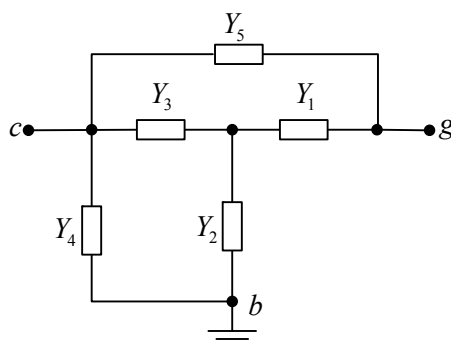
$$T(s) = \frac{N(s)}{D_1(s)} = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + \frac{\omega_1}{q_p} s + \omega_1^2} \quad (6.96)$$

u Sallen-Key topologiji biramo $a_0 = a_2 \omega_1^2$ kod ENF filtera, a $a_2 = a_0 = 0$ kod EPF filtera.

Uvedimo pojam opterećene premoštene T mreže koja je komplementarna sama sebi, tj. mreža i njen komplement koji se dobiju zamjenom izlaza i mase imaju istu topologiju. Podmreža na Slici 6.35 se koristi pri realizaciji ENF filtera, dok se premoštena T mreža na Slici 6.36, koja je komplementarna mreži na Slici 6.35, koristi pri realizaciji EPF filtera. Polovi funkcija prenosa ENF i EPF filtera zavise od funkcija prenosa $T_{cb}(s)$ i $T_{cg}(s)$ ovih RC podmreža,

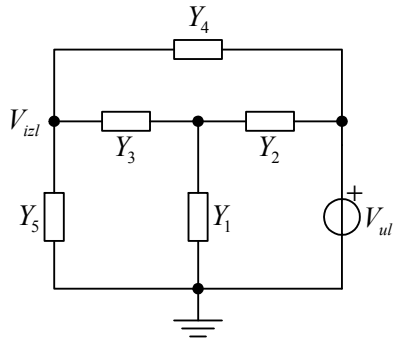


Slika 6.35 Premoštena T mreža kod ENF filtera.

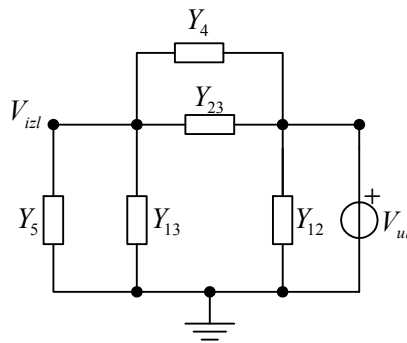


Slika 6.36 Premoštena T mreža kod EPF filtera.

respektivno. Prilikom određivanja funkcije prenosa $T_{cb}(s)$, naponski generator vezujemo prema tački b u kolu na Slici 6.35, a prilikom određivanja funkcije prenosa $T_{cg}(s)$ prema tački g u kolu na Slici 6.36. U oba slučaja, funkcije prenosa zavise od elemenata RC mreže koja je data u obliku opterećene premoštene T-mreže. U cilju određivanja funkcije prenosa $T_{cb}(s)$, posmatrajmo opterećenu premoštenu T-mrežu na Slici 6.35. Nakon transformacije zvijezde u trougao u mreži na Slici 6.37, dobija se mreža na Slici 6.38.



Slika 6.37 Opterećena premoštena T mreža.



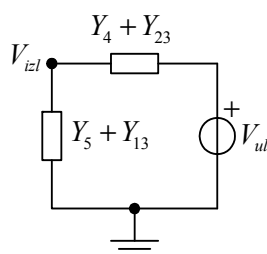
Slika 6.38 Mreža sa Slike 6.37 nakon transformacije zvijezde u trougao.

Vrijednosti admitansi u mreži na Slici 6.38 su:

$$Y_{12} = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3}, \quad (6.97)$$

$$Y_{13} = \frac{Y_1 Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}, \quad (6.98)$$

$$Y_{23} = \frac{Y_2 Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}. \quad (6.99)$$



Slika 6.39 Pojednostavljena šema mreže sa Slike 6.38.

Iz pojednostavljene šeme na Slici 6.39 se lako odredi napon $V_{izl}(s)$:

$$V_{izl}(s) = \frac{1}{Y_5 + Y_{13}} \cdot \frac{V_{ul}(s)}{\frac{1}{Y_4 + Y_{23}} + \frac{1}{Y_5 + Y_{13}}}, \quad (6.100)$$

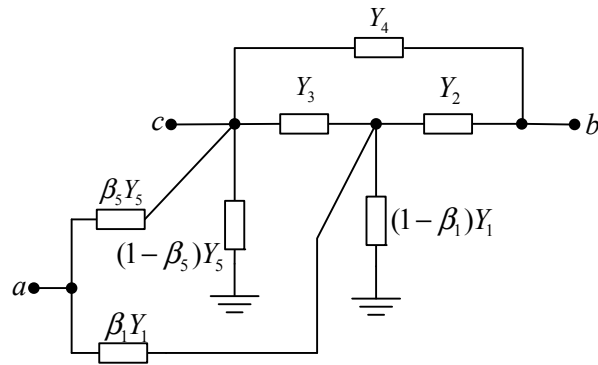
i funkcija prenosa opterećene premoštene T-mreže:

$$T_{cb}(s) = \frac{N_{cb}(s)}{D(s)} = \frac{Y_2 Y_3 + Y_4 (Y_1 + Y_2 + Y_3)}{(Y_1 + Y_2 + Y_3)(Y_4 + Y_5) + Y_3 (Y_1 + Y_2)}. \quad (6.101)$$

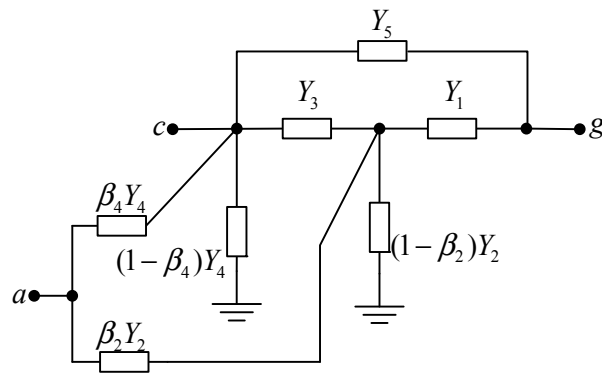
Na sličan način se odredi i funkcija prenosa $T_{cg}(s)$ mreže na Slici 6.36:

$$T_{cg}(s) = \frac{N_{cg}(s)}{D(s)} = \frac{Y_1 Y_3 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3)}{(Y_1 + Y_2 + Y_3)(Y_4 + Y_5) + Y_3 (Y_1 + Y_2)}. \quad (6.102)$$

Za generisanje nula funkcija prenosa potrebno je ukloniti dijelove admitansi sa mase. RC podmreže koje se dobiju nakon uklanjanja dijelova admitansi sa mase su prikazane na Slici 6.40 za ENF filter i na Slici 6.41 za EPF filter. Nule funkcija prenosa ENF i EPF filtera zavise od funkcija prenosa $T_{ca}(s)$ ovih RC podmreža. Funkcije prenosa $T_{ca}(s)$ se odrede na sličan način kao funkcija prenosa RC podmreže sa Slike 6.35, vezujući naponski generator prema tački a .



Slika 6.40 Generisanje nula kod ENF filtra.



Slika 6.41 Generisanje nula kod EPF filtra.

Funkcija prenosa RC pod mreže sa Slike 6.40 je data sa:

$$T_{ca}(s) = \left. \frac{V_c(s)}{V_a(s)} \right|_{V_b(s)=0} = \frac{\beta_1 Y_1 Y_3 + \beta_5 Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3)}{(Y_1 + Y_2 + Y_3)(Y_4 + Y_5) + Y_3 (Y_1 + Y_2)}, \quad (6.103)$$

dok je funkcija prenosa RC pod mreže na Slici 6.41:

$$T_{ca}(s) = \left. \frac{V_c(s)}{V_a(s)} \right|_{V_g(s)=0} = \frac{\beta_2 Y_2 Y_3 + \beta_4 Y_4 (Y_1 + Y_2 + Y_3)}{(Y_1 + Y_2 + Y_3)(Y_4 + Y_5) + Y_3 (Y_1 + Y_2)}. \quad (6.104)$$

Posmatrajući funkciju prenosa RC pod mreže kod ENF filtra:

$$T_{cb}(s) = a_2 \frac{s^2 + \frac{\omega_1}{q_z} s + \omega_1^2}{s^2 + \frac{\omega_1}{q_p} s + \omega_1^2}, \quad (6.105)$$

vidimo da koeficijenti uz najviše stepene polinoma u brojniku i nazivniku moraju biti jednaki. Razumno je usvojiti da je $Y_5(s) = 0$ jer ta admitansa utiče samo na polinom u nazivniku $T_{cb}(s)$, vidjeti (6.101). Budući da nam trebaju polinomi drugog reda jedna od admitansi $Y_3(s)$ ili $Y_4(s)$ mora biti kapacitivna. Dakle, uz $Y_5(s) = 0$ imamo dvije opcije za generisanje funkcije prenosa RC pod mreže $T_{cb}(s)$ u obliku (6.105). Tako dobijene filtre označićemo sa ENF tip A i ENF tip B.

Sličnom analizom dobićemo dvije realizacije EPF filtra, koje ćemo označiti sa EPF tip A i EPF tip B. Uz $Y_5(s) = 0$ funkcije prenosa (6.102) i (6.104) postaju:

$$T_{cg}(s) = \frac{N_{cg}(s)}{D(s)} = \frac{Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3) Y_4 + (Y_1 + Y_2) Y_3}, \quad (6.106)$$

$$T_{ca}(s) = \frac{V_c(s)}{V_a(s)} \Big|_{V_g(s)=0} = \frac{\beta_2 Y_2 Y_3 + \beta_4 Y_4 (Y_1 + Y_2 + Y_3)}{(Y_1 + Y_2 + Y_3) Y_4 + (Y_1 + Y_2) Y_3}. \quad (6.107)$$

Napomenimo da je kod EPF topologije RC pod mreža propusnik opsega.

ENF filtar tip A

Izraz za funkciju prenosa $T_{cb}(s)$ (6.101) će poprimiti oblik (6.105) ako admitanse odaberemo na sljedeći način. Prvo ćemo odabrati da je admitansa $Y_3(s)$ kapacitivna. Budući da koeficijenti uz najviše i najniže stepene polinoma u brojniku i nazivniku treba da budu jednaki, a ti polinomi se uz $Y_5(s) = 0$ razlikuju za član $Y_1(s) Y_3(s)$, $Y_1(s)$ mora da ima otporni karakter. Kako bismo dobili polinome drugog reda, možemo odabrati da $Y_2(s)$ ili $Y_4(s)$ imaju

kapacitivni karakter. Međutim, ako odaberemo da $Y_4(s)$ ima kapacitivni karakter, polinom u brojniku ne bi imao srednji član, te $Y_4(s)$ treba da ima otporni, a $Y_2(s)$ kapacitivni karakter. Dakle:

$$Y_1(s) = G_1, Y_2(s) = C_2s, Y_3(s) = C_3s, Y_4(s) = G_4. \quad (6.108)$$

Kada se u šemi ENF filtra na Slici 6.29 zamijeni RC podmreža sa premoštenom T mrežom sa formiranim ulaznim priključkom kao na Slici 6.40 i ovako odabranim elementima, dobije se električna šema ENF filtra tipa A prikazana na Slici 6.42.

Izborom elemenata datim sa (6.108) i uvrštavanjem u (6.101), dobijamo funkciju prenosa $T_{cb}(s)$:

$$T_{cb}(s) = \frac{C_2C_3s^2 + (C_2 + C_3)G_4s + G_1G_4}{C_2C_3s^2 + [(G_1 + G_4)C_3 + G_4C_2]s + G_1G_4}, \quad (6.109)$$

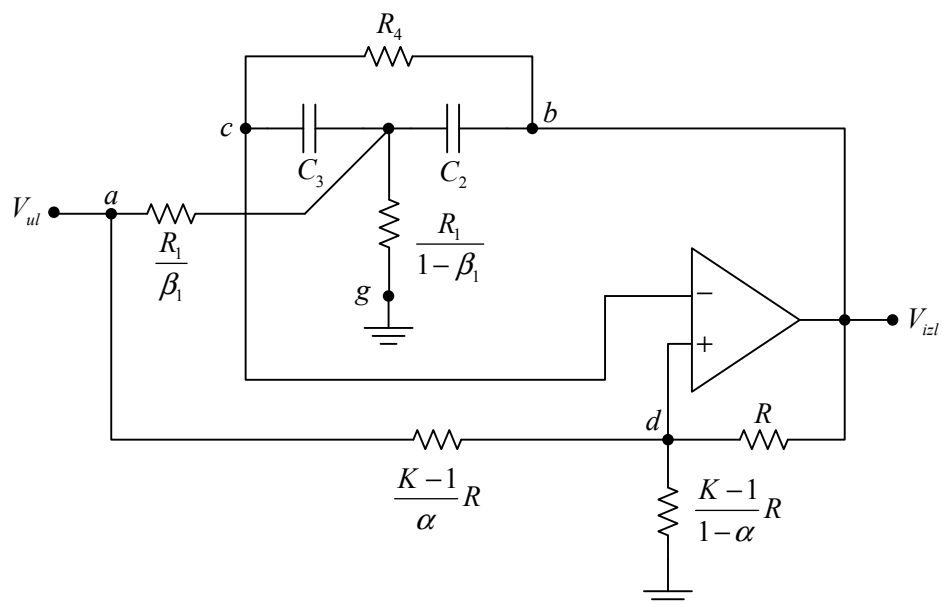
$$T_{cb}(s) = \frac{V_c(s)}{V_b(s)} = \frac{s^2 + G_4\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)s + \frac{G_1G_4}{C_2C_3}}{s^2 + \left(\frac{G_1 + G_4}{C_2} + \frac{G_4}{C_3}\right)s + \frac{G_1G_4}{C_2C_3}}. \quad (6.110)$$

Poredeći (6.110) sa izrazom (6.105) za funkciju prenosa $T_{cb}(s)$ očitavamo vrijednosti parametara:

$$a_2 = 1, \quad (6.111)$$

$$\omega_1^2 = \frac{G_1G_4}{C_2C_3}, \quad (6.112)$$

$$q_z = \frac{\sqrt{G_1/G_4}}{\sqrt{C_2/C_3} + \sqrt{C_3/C_2}}, \quad (6.113)$$



Slika 6.42 ENF filtar tip A.

$$q_p = \frac{\sqrt{G_1/G_4}}{\sqrt{C_2/C_3 + \sqrt{C_3/C_2}(1+G_1/G_4)}}, \quad (6.114)$$

$$q = \frac{q_z}{q_p} - 1 = \frac{G_1/G_4}{1+C_2/C_3}. \quad (6.115)$$

Funkcija prenosa $T_{ca}(s)$ data sa (6.103) postaje:

$$T_{ca}(s) = \frac{\beta_1 G_1 C_3 s}{C_2 C_3 s^2 + [(G_1 + G_4) C_3 + G_4 C_2] s + G_1 G_4}, \quad (6.116)$$

$$T_{ca}(s) = \frac{V_c(s)}{V_a(s)} = \frac{\beta_1 \frac{G_1}{C_2} s}{s^2 + \left(\frac{G_1 + G_4}{C_2} + \frac{G_4}{C_3} \right) s + \frac{G_1 G_4}{C_2 C_3}}. \quad (6.117)$$

Podrazumijevajući da je pojačanje operacionog pojačavača $A(s)$ jako veliko, funkcija prenosa ENF filtra (6.65) postaje:

$$H(s) = \frac{V_{izl}(s)}{V_{ul}(s)} = \frac{T_{da}(s) - T_{ca}(s)}{T_{cb}(s) - T_{db}(s)}. \quad (6.118)$$

Kada se u funkciju prenosa ENF filtra (6.118) uvrste funkcije prenosa $T_{da}(s)$ i $T_{db}(s)$, dobijamo:

$$H(s) = \frac{V_{izl}(s)}{V_{ul}(s)} = -\frac{\alpha}{K-1} \frac{1 - \frac{K}{\alpha} T_{ca}(s)}{1 - \frac{K}{K-1} T_{cb}(s)}. \quad (6.119)$$

Uvrštavanjem (6.110) i (6.117) u (6.119) funkcija prenosa ENF filtra postaje:

$$H(s) = \alpha \frac{s^2 + \left[\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) G_4 + \left(1 - \beta_1 \frac{K}{\alpha} \right) \frac{G_1}{C_2} \right] s + \frac{G_1 G_4}{C_2 C_3}}{s^2 + \left[\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) G_4 + (1-K) \frac{G_1}{C_2} \right] + \frac{G_1 G_4}{C_2 C_3}}. \quad (6.120)$$

Napisana u kompaktnoj formi, funkcija prenosa ENF filtra tipa A ima oblik:

$$H(s) = \alpha \frac{s^2 + \left[\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) G_4 + \left(1 - \beta_1 \frac{K}{\alpha} \right) \frac{G_1}{C_2} \right] s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.121)$$

gdje je $\omega_0 = \omega_1$ i $Q = \frac{q_z}{1 - (K-1)q}$.

□

ENF filtar tip B

Ako se umjesto $Y_3(s)$ odabere da $Y_4(s)$ ima kapacitivni karakter, sličnom analizom kao za ENF filtar tipa A, zaključujemo da elemente filtra treba odabrati na sljedeći način:

$$Y_1(s) = C_1s, Y_2(s) = G_2, Y_3(s) = G_3, Y_4(s) = C_4s. \quad (6.122)$$

ENF filtar tipa B je prikazan na Slici 6.43. Funkcije prenosa otporne pod mreže $T_{da}(s)$ i $T_{db}(s)$ su jednake kao kod tipa A, dok funkcije prenosa $T_{cb}(s)$ i $T_{ca}(s)$ RC pod mreže postaju:

$$T_{cb}(s) = \frac{C_1C_4s^2 + (G_2 + G_3)C_4s + G_2G_3}{C_1C_4s^2 + [(G_2 + G_3)C_4 + C_1G_3]s + G_2G_3}, \quad (6.123)$$

$$T_{ca}(s) = \frac{\beta_1 C_1 G_3 s}{C_1 C_4 s^2 + [(G_2 + G_3) C_4 + C_1 G_3] s + G_2 G_3}. \quad (6.124)$$

Sličnom analizom kao kod ENF filtra tipa A dobije se funkcija prenosa ENF filtra tipa B:

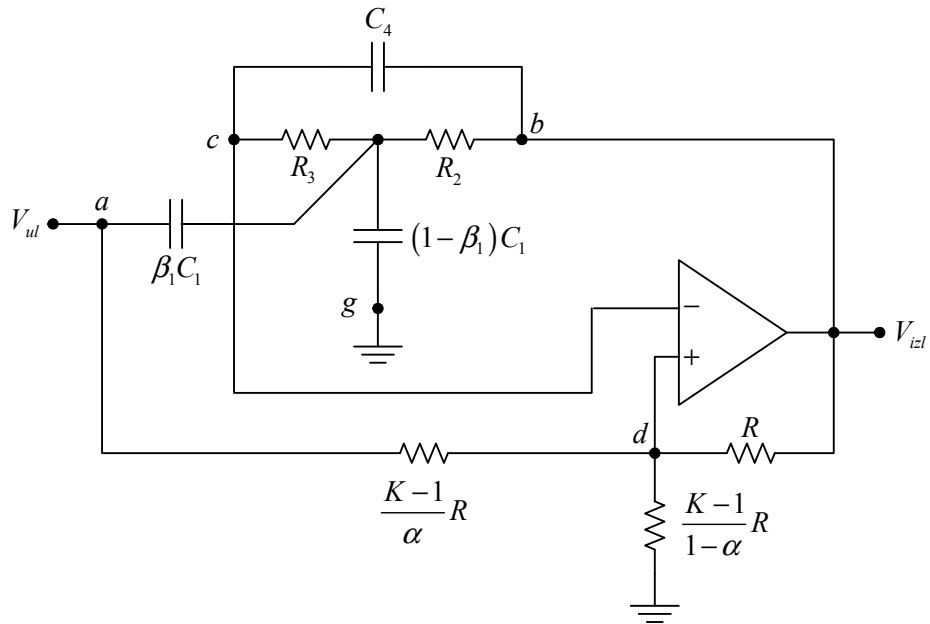
$$H(s) = \alpha \frac{s^2 + \left[\frac{G_2 + G_3}{C_1} + \left(1 - \beta_1 \frac{K}{\alpha} \right) \frac{G_3}{C_4} \right] s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.125)$$

gdje su:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_2 G_3}{C_1 C_4}}, \quad (6.126)$$

$$Q = \frac{q_z}{1 - (K - 1)q}, \quad (6.127)$$

$$q = \frac{q_z}{q_p} - 1 = \frac{C_1 / C_4}{1 + G_2 / G_3}, \quad (6.128)$$



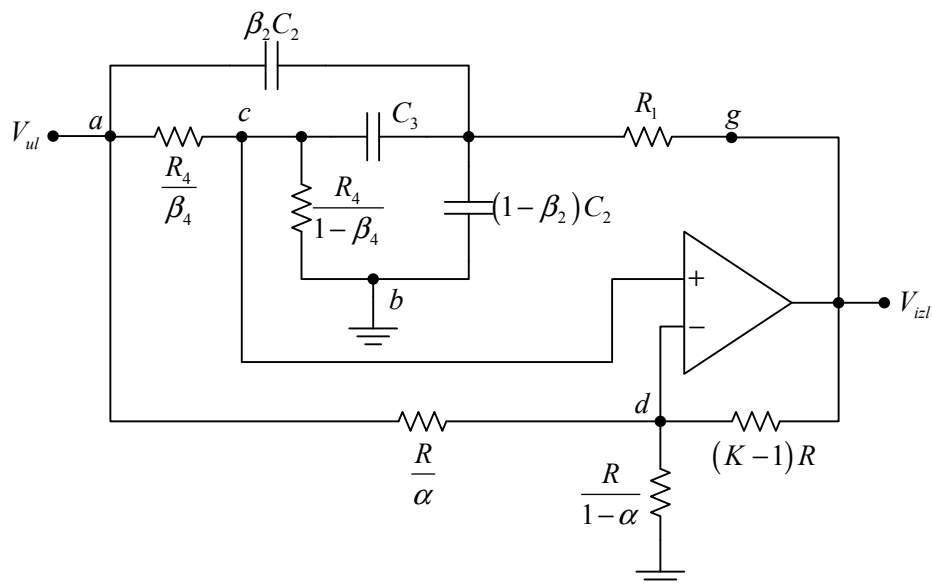
Slika 6.43 ENF filter tip B.

$$q_z = \frac{\sqrt{C_1/C_4}}{\sqrt{G_2/G_3 + \sqrt{G_3/G_2}}}, \quad (6.129)$$

$$q_p = \frac{\sqrt{C_1/C_4}}{\sqrt{G_2/G_3 + \sqrt{G_3/G_2} (1 + C_1/C_4)}}. \quad (6.130)$$

□

EPF filter tip A



Slika 6.44 EPF filter tip A.

Iz šema na slikama 6.40 i 6.41, uz sljedeći izbor elemenata:

$$Y_1(s) = G_1, Y_2(s) = C_2s, Y_3(s) = C_3s, Y_4(s) = G_4, \quad (6.131)$$

formiramo EPF filter tipa A prikazan na Slici 6.44.

Funkcija prenosa EPF filtra tipa A je:

$$H(s) = -K \frac{(\eta - \beta_2)s^2 + \left[\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) G_4 (\eta - \beta_4) + \eta \frac{G_1}{C_2} \right] s + (\eta - \beta_4) \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.132)$$

gdje su:

$$\eta = \alpha \frac{K-1}{K}, \quad (6.133)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_1 G_4}{C_2 C_3}}, \quad (6.134)$$

$$Q = \frac{q_z}{q+1-K}, \quad (6.135)$$

$$q = \frac{q_z}{q_p} - 1 = \frac{G_4}{G_1} \left(1 + \frac{C_2}{C_3} \right), \quad (6.136)$$

$$q_z = \frac{\sqrt{G_4 / G_1}}{\sqrt{C_3 / C_2}}, \quad (6.137)$$

$$q_p = \frac{\sqrt{G_4 / G_1}}{\sqrt{C_3 / C_2}} \frac{1}{1 + (G_4 / G_1)(1 + C_2 / C_3)}. \quad (6.138)$$

□

EPF filtar tip B

Ako su elementi EPF filtra:

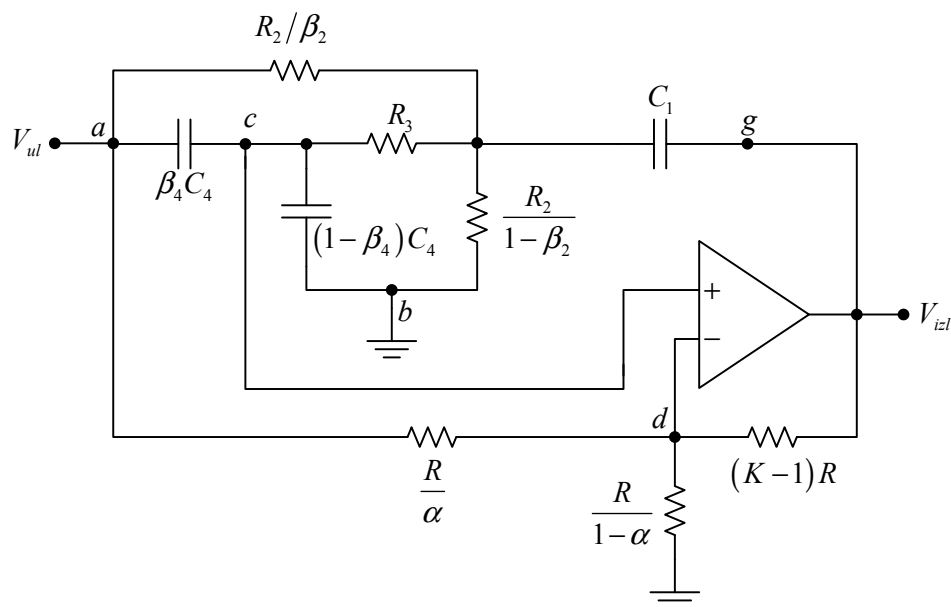
$$Y_1(s) = C_1 s, Y_2(s) = G_2, Y_3(s) = G_3, Y_4(s) = C_4 s, \quad (6.139)$$

radi se o tipu B koji je prikazan na Slici 6.45, sa funkcijom prenosa:

$$H(s) = -K \frac{(\eta - \beta_4) s^2 + \left[\frac{G_2 + G_3}{C_1} (\eta - \beta_4) + \eta \frac{G_3}{C_4} \right] s + (\eta - \beta_2) \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.140)$$

gdje su:

$$\eta = \alpha \frac{K-1}{K}, \quad (6.141)$$



Slika 6.45 EPF filter tip B.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_2 G_3}{C_1 C_4}}, \quad (6.142)$$

$$Q = \frac{q_z}{q + 1 - K}, \quad (6.143)$$

$$q = \frac{q_z}{q_p} - 1 = \frac{C_4}{C_1} \left(1 + \frac{G_2}{G_3} \right), \quad (6.144)$$

$$q_z = \frac{\sqrt{G_2 / G_3}}{\sqrt{C_1 / C_4}}, \quad (6.145)$$

$$q_p = \frac{\sqrt{G_2 / G_3}}{\sqrt{C_1 / C_4}} \frac{1}{1 + (C_4 / C_1)(1 + G_2 / G_3)}. \quad (6.146)$$

□

6.4 Aktivni R - filtri

Amplitudna karakteristika operacionog pojačavača nije nezavisna od učestanosti. Ona opada na visokim frekvencijama, te se posebno u visokofrekvencijskim aplikacijama moraju uzeti u obzir neidealne karakteristike operacionog pojačavača. Modelirajući operacioni pojačavač sa:

$$A(s) = \frac{A_0 \omega_a}{s + \omega_a} \approx \frac{\omega_t}{s}, \quad \omega_t = A_0 \omega_a, \quad (6.147)$$

primjetimo da funkcija prenosa operacionog pojačavača uključuje efekat RC mreže sa jednim kondenzatorom, što nas navodi na zaključak da možemo realizovati bikvadratnu funkciju prenosa sa otpornicima i dva operaciona pojačavača, bez kondenzatora. Tako realizovani filtri nazivaju se *aktivni R-filtri*. Uvedeni su najviše radi pojednostavljivanja realizacije filtra integrisanim kolima, te poboljšanih niskofrekvencijskih performansi filtara, jer je realniji model operacionog pojačavača direktno uključen u projektovanje.

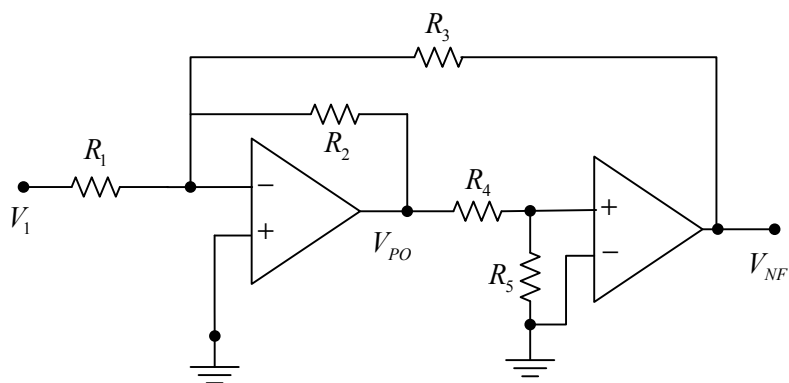
Jedna od realizacija aktivnog R-filtra pomoću koje se, pogodnim postavljanjem parametara, može realizovati NP filter ili filter PO prikazana je na Slici 6.46.

Funkcije prenosa aktivnog R-filtra na Slici 6.46 su:

$$\frac{V_{NF}(s)}{V_1(s)} = -\frac{G_4}{G_4 + G_5} \cdot \frac{\frac{G_1}{G} \omega_t^2}{s^2 + \frac{G_2}{G} \omega_t s + \frac{G_3 G_4}{G(G_4 + G_5)} \omega_t^2}, \quad (6.148)$$

$$\frac{V_{PO}(s)}{V_1(s)} = -\frac{\frac{G_1}{G} \omega_t s}{s^2 + \frac{G_2}{G} \omega_t s + \frac{G_3 G_4}{G(G_4 + G_5)} \omega_t^2}, \quad (6.149)$$

gdje je $G = G_1 + G_2 + G_3$.



Slika 6.46 Aktivni R-filtar.

Učestanost pola i Q faktor su dati sa:

$$\omega_0 = \omega_t \sqrt{\frac{G_3 G_4}{G(G_4 + G_5)}}, \quad (6.150)$$

$$Q = \sqrt{\frac{G_3 G_4 G}{G_4 + G_5}}. \quad (6.151)$$

6.5 Osjetljivost i optimizacije

Sinteza filtra na osnovu poznate funkcije prenosa obuhvata:

1. izbor odgovarajuće topologije gdje, posebno kod aktivnih filtara, postoje brojne mogućnosti;
2. izračunavanje nominalnih vrijednosti elemenata;
3. selekciju onog filtra čije frekvencijske karakteristike će se u praksi, sa realnim komponentama, najmanje razlikovati od projektovanih, pri odstupanjima vrijednosti ugrađenih elemenata od nominalnih usljed fabričkih tolerancija, promjena temperature, hemijskih promjena tokom godina, itd...

Budući da svi koeficijenti, pa prema tome i nule i polovi funkcije prenosa $H(s)$, zavise od elemenata kola, očekivati je da karakteristike filtra odstupaju od onog što je projektovano. Veličina odstupanja zavisi od toga kolike su tolerancije parametara i od toga kako su performanse kola osjetljive na te tolerancije. Neka je x jedna parametar filtra i neka određeni kriterijum performansi filtra P zavisi od parametra x i učestanost s , tj. $P = P(s, x)$. Intuitivno prihvatljiv matematički metod za određivanje odstupanja P prouzrokovanog odstupanjem $dx = x - x_0$ dat je razvojem u Tejlorov red $P(s, x)$ oko nominalne vrijednosti parametra x_0 :

$$P(s, x) = P(s, x_0) + \left. \frac{\partial P(s, x)}{\partial x} \right|_{x_0} dx + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 P(s, x)}{\partial x^2} \right|_{x_0} (dx)^2 + \dots \quad (6.152)$$

Ako se radi o malim promjenama, tako da je $dx / x_0 \ll 1$ i ako zakrivljenost $P(s, x)$ u okolini x_0 nije suviše velika, možemo zanemariti drugi i više izvode u (6.152), pa dobijamo:

$$\Delta P(s, x_0) = P(s, x_0 + dx) - P(s, x_0) \approx \left. \frac{\partial P(s, x)}{\partial x} \right|_{x_0} dx. \quad (6.153)$$

U većini situacija više nas zanima relativna nego apsolutna promjena $\Delta P(s, x_0)$ prouzrokovana apsolutnom promjenom dx .

Zato vršimo normalizaciju (6.153) sa vrijednošću kriterijuma performansi $P(s, x_0)$ pri nominalnoj vrijednosti posmatranog parametra. Tako dobijenu relativnu promjenu nazivamo *varijabilnost kriterijuma performansi*:

$$\frac{\Delta P(s, x_0)}{P(s, x_0)} \approx \frac{x_0}{P(s, x_0)} \cdot \left. \frac{\partial P(s, x)}{\partial x} \right|_{x_0} \frac{dx}{x_0}. \quad (6.154)$$

Član:

$$S_x^P = \frac{x_0}{P(s, x_0)} \cdot \left. \frac{\partial P(s, x)}{\partial x} \right|_{x_0} = \left. \frac{\frac{\partial P}{\partial x}}{\frac{P}{x}} \right|_{x_0} \quad (6.155)$$

predstavlja odnos relativne promjene kriterijuma performansi i malih relativnih promjena nekog parametra x u okolini njegove nominalne vrijednosti x_0 . Nazivamo ga *osjetljivost* kriterijuma performansi P na promjene parametra x . Prema tome, relativna promjena kriterijuma performansi P je S_x^P puta veća od relativne promjene parametra x od koga taj kriterijum performansi zavisi:

$$\frac{\Delta P(s, x_0)}{P(s, x_0)} \approx S_x^P \frac{dx}{x}. \quad (6.156)$$

Evidentno je da dobro projektovani filtri treba da imaju malu osjetljivost na promjenu vrijednosti elemenata, jer to omogućava da se ugrade jeftinije komponente sa većim tolerancijama. Iako osjetljivost nekog kriterijuma performansi filtra na jedan parametar, data sa S_x^P , zanemaruje uticaj ostalih parametara, ipak je veoma značajno da se odrede komponente kola na čije promjene su karakteristike filtra najviše osjetljive.

Dok se osjetljivost data sa (6.155) najčešće zapisuje u obliku:

$$S_x^{P(x)} = \frac{x}{P} \cdot \frac{dP}{dx} = \frac{d(\ln P)}{d(\ln x)}, \quad (6.157)$$

definiše se i *semirelativna osjetljivost* data sa:

$$Q_x^{P(x)} = x \frac{dP}{dx}, \quad (6.158)$$

koja je korisna kad nas ne zanima relativna, već apsolutna promjena kriterijuma performansi, kao što je na primjer slučaj kod pomjeranja polova i nula u s ravni pri odstupanju vrijednosti elemenata filtra od njihovih nominalnih vrijednosti.

Važne osobine osjetljivosti kriterijuma performansi koji se mogu izraziti kao proizvod, količnik ili složena funkcija drugih kriterijuma performansi, koje direktno slijede iz njenog definicionog izraza, su:

$$P(x) = P_1(x) \cdot P_2(x) \Rightarrow S_x^{P/P_2} = S_x^{P_1} + S_x^{P_2}, \quad (6.159)$$

$$P(x) = P_1(x)/P_2(x) \Rightarrow S_x^{P/P_2} = S_x^{P_1} - S_x^{P_2}, \quad (6.160)$$

$$S_x^{P(Y(x))} = S_Y^P \cdot S_x^Y. \quad (6.161)$$

Na primjer, ako nula ω_z funkcije prenosa notch filtra zavisi od proizvoda otpornosti R i kapacitivnosti C , dok same vrijednosti otpornosti i kapacitivnosti zavise od temperature, osjetljivost nule funkcije prenosa od temperature je:

$$S_T^{\omega_z} = S_R^{\omega_z} \cdot S_T^R + S_C^{\omega_z} \cdot S_T^C. \quad (6.162)$$

Primjer 6.4:

Pronaći relaciju između temperaturnih koeficijenata otpornika α_R i kondenzatora α_C tako da pri projektovanju aktivnog filtra učestanost pola $\omega_0 = 1/\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}$ bude neosjetljiva na varijacije temperature.

Rješenje:

U opštem slučaju učestanost pola je funkcija ugrađenih elemenata:

$$\omega_0 = \omega_0(R_i, C_j), \quad i, j = 1, 2. \quad (6.163)$$

Osjetljivost učestanosti ω_0 na promjenu temperature T se može se izraziti preko osjetljivosti vrijednosti pojedinačnih elemenata, otpornika i kondenzatora, na promjenu temperature:

$$S_T^{ab} = \sum_{i=1}^2 S_{R_i}^{ab} \cdot S_T^{R_i} + \sum_{j=1}^2 S_{C_j}^{ab} \cdot S_T^{C_j}. \quad (6.164)$$

Uz pretpostavku da se svi otpornici izvode u istoj tehnologiji, svi će imati i istu temperaturnu zavisnost:

$$R_i = R_{i0} [1 + \alpha_R (T - T_0)]. \quad (6.165)$$

Slično vrijedi za kondenzatore:

$$C_i = C_{i0} [1 + \alpha_C (T - T_0)]. \quad (6.166)$$

Sa T_0 je označena nominalna radna temperatura, R_{i0} su nominalne vrijednosti otpornosti, a C_{i0} nominalne vrijednosti kapacitivnosti. Temperaturni koeficijenti otpornika i kondenzatora su α_R i α_C , respektivno.

Osjetljivost otpornosti na promjenu temperature je:

$$S_T^{R_i} = \frac{T}{R_i} \cdot \left. \frac{dR_i}{dT} \right|_{T_0} = \alpha_R T_0, \quad i = 1, 2, \quad (6.167)$$

dok je osjetljivost kapacitivnosti na promjenu temperature:

$$S_T^{C_j} = \alpha_C T_0, \quad j = 1, 2. \quad (6.168)$$

Sada osjetljivost učestanosti pola na promjenu temperature izražavamo kao:

$$S_T^{ab} = \alpha_R T_0 \sum_i S_{R_i}^{ab} + \alpha_C T_0 \sum_j S_{C_j}^{ab}. \quad (6.169)$$

Osjetljivost učestanosti pola na promjenu otpornosti R_1 se odredi na sljedeći način:

$$S_{R_1}^{ab} = \frac{R_1}{\omega_0} \cdot \left. \frac{d\omega_0}{dR_1} \right|_{R_{10}} = \frac{R_1}{\omega_0} \cdot \left. \frac{d(1/\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2})}{dR_1} \right|_{R_{10}} = -\frac{1}{2}. \quad (6.170)$$

Na isti način se odrede osjetljivosti učestanosti pola na promjenu vrijednosti bilo kog otpornika i kondenzatora. Pokaže se da su sve osjetljivosti učestanosti pola na promjene pasivnih komponenata jednake i da, u slučaju različitih vrijednosti otpornosti i kapacitivnosti, iznose:

$$S_{R_1}^{a_b} = S_{R_2}^{a_b} = S_{C_1}^{a_b} = S_{C_2}^{a_b} = -\frac{1}{2}, \quad (6.171)$$

dok su pod uslovom da je $R_1 = R_2 = R$ i $C_1 = C_2 = C$ osjetljivosti takođe jednake i iznose:

$$S_R^{a_b} = S_C^{a_b} = -1. \quad (6.172)$$

Ako želimo da umanjimo uticaj promjena temperature na učestanost pola funkcije prenosa, potrebno je u tehnološkoj izvedbi odabrati takve materijale da temperaturni koeficijenti otpornika i kondenzatora zadovoljavaju uslov:

$$\alpha_R = -\alpha_C. \quad (6.173)$$

Na taj način postizemo da je osjetljivost $S_T^{a_b}$ jednaka nuli, pa je i relativna promjena učestanosti pola približno jednaka nuli pri malim promjenama temperature:

$$\frac{\Delta \omega_0(s, T_0)}{\omega_0(s, T_0)} \approx S_T^{a_b} \frac{dT}{T} = 0. \quad (6.174)$$

□

6.5.1 Osjetljivost funkcije prenosa

Koeficijenti polinoma $N(s)$ i $D(s)$ u brojniku i nazivniku funkcije prenosa:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}, \quad m \leq n \quad (6.175)$$

zavise od ugrađenih elemenata kola. Posmatrajmo zavisnost funkcije prenosa od vrijednosti jednog parametra x . Vrijedi da je:

$$S_x^H = S_x^N - S_x^D = x \left(\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \right). \quad (6.176)$$

Na primjer, ako samo jedan koeficijent, recimo b_i , zavisi od x , onda je:

$$S_x^H = -S_x^D = -S_{b_i}^D S_x^{b_i}, \quad (6.177)$$

$$S_{b_i}^D = \frac{1}{D} b_i s^i, \quad (6.178)$$

$$S_x^D = \frac{1}{D} b_i s^i \cdot \frac{x}{b_i} \frac{\partial b_i}{\partial x} = \frac{x}{D} \frac{\partial b_i}{\partial x} s^i. \quad (6.179)$$

Ako više koeficijenata zavisi od parametra x , tada je:

$$S_x^H = \frac{x}{N} \sum_j \frac{\partial a_j}{\partial x} s^j - \frac{x}{D} \sum_i \frac{\partial b_i}{\partial x} s^i, \quad (6.180)$$

gdje sumiramo po svim koeficijentima funkcije prenosa koji zavise od x .

Vidjeli smo da osjetljivost funkcije prenosa na neki od elemenata možemo računati preko osjetljivosti koeficijenata polinoma. Osim toga, možemo se pitati kakav je uticaj pomjeranja polova i nula na osobine funkcije prenosa. Pronađimo logaritam funkcije prenosa zapisane u faktorizovanom obliku:

$$\ln H = \ln K + \sum_{i=1}^m \ln(s - z_i) - \sum_{i=1}^n \ln(s - p_i), \quad K = a_m, \quad (6.181)$$

gdje K , kao i sve nule z_i i polovi p_i zavise od parametra x . Deriviranjem i množenjem sa x dobijamo osjetljivost funkcije prenosa na parametar x :

$$S_x^H = S_x^K - \sum_{i=1}^m \frac{Q_x^{z_i}}{s - z_i} + \sum_{i=1}^n \frac{Q_x^{p_i}}{s - p_i}, \quad (6.182)$$

što nam ukazuje na to da je uticaj pomjeranja nula i polova na funkciju mreže najveći na učestanostima koje su bliske nulama i polovima.

Primjetimo da S_x^H ima polove na svim mjestima gdje su polovi i nule prenosne funkcije, te da poslednji izraz predstavlja razvoj S_x^H na parcijalne razlomke sa reziduumima $Q_x^{z_i}$ i $Q_x^{p_i}$.

Frekvencijske karakteristike filtra će se najviše mijenjati na učestanostima koje su bliske nulama funkcije prenosa ω_{z_i} , jer je tada osjetljivost S_x^H beskonačno velika. Velike promjene će se dešavati i na učestanostima u blizini

polova sa velikim faktorom kvaliteta Q , jer su takvi polovi blizu imaginarne ose gdje $|j\omega - p_i|$ ima malu vrijednost.

Osjetljivost funkcije prenosa se može posmatrati preko semirelativne osjetljivosti nula i polova:

$$Q_x^{z_i} = x \frac{\partial z_i}{\partial x}, \quad (6.183)$$

$$Q_x^{p_i} = x \frac{\partial p_i}{\partial x}. \quad (6.184)$$

Izjednačavajući ranije određene izraze za osjetljivost funkcije prenosa (6.176) i (6.182) dobijamo:

$$S_x^K - \sum_{i=1}^m \frac{Q_x^{z_i}}{s - z_i} + \sum_{i=1}^m \frac{Q_x^{p_i}}{s - p_i} = S_x^N - S_x^D = x \left(\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \right). \quad (6.185)$$

Koristeći činjenicu da u okolini učestanosti pola p_i dominira član $\frac{Q_x^{p_i}}{s - p_i}$, vrijedi da je:

$$\lim_{s \rightarrow p_i} x \left(\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \right) = \lim_{s \rightarrow p_i} \frac{Q_x^{p_i}}{s - p_i}, \quad (6.186)$$

Ako se sjetimo da je pol p_i korijen polinoma $D(s)$, zaključujemo da je $\frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial x}$ mnogo veće od $\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial x}$, pa vrijedi:

$$\lim_{s \rightarrow p_i} \left(\frac{x}{D} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{Q_x^{p_i}}{s - p_i} \right) = 0, \quad (6.187)$$

$$Q_x^{p_i} = - \lim_{s \rightarrow p_i} \left[x(s - p_i) \frac{1}{D(s, x)} \frac{\partial D(s, x)}{\partial x} \right]. \quad (6.188)$$

U nekim situacijama, računanje se može još više pojednostaviti ako koristimo da je:

$$\lim_{s \rightarrow p_i} \frac{D(s, x)}{s - p_i} = \lim_{s \rightarrow p_i} \frac{\partial D(s, x)}{\partial s}, \quad (6.189)$$

tako da dobijamo:

$$Q_x^{p_i} = - \lim_{s \rightarrow p_i} \left[x \frac{\partial D(s, x) / \partial x}{\partial D(s, x) / \partial s} \right]. \quad (6.190)$$

Osjetljivost nula funkcije prenosa određujemo na sličan način:

$$Q_x^{z_i} = - \lim_{s \rightarrow z_i} \left[x(s - z_i) \frac{1}{N(s, x)} \frac{\partial N(s, x)}{\partial x} \right] = - \lim_{s \rightarrow z_i} \left[x \frac{\partial N(s, x) / \partial x}{\partial N(s, x) / \partial s} \right]. \quad (6.191)$$

U posebnom slučaju, kada je parametar x jedan od koeficijenata polinoma $D(s)$, tj. $x = b_j$, vrijedi da je:

$$\partial D / \partial b_j = s^j, \quad (6.192)$$

$$Q_{b_j}^{p_i} = - \lim_{s \rightarrow p_i} \left[b_j s^j \frac{s - p_i}{D(s, b_j)} \right] = - \lim_{s \rightarrow p_i} \frac{b_j s^j}{\partial D(s, b_j) / \partial s}, \quad (6.193)$$

$$Q_{b_j}^{z_i} = - \lim_{s \rightarrow z_i} \left[a_j s^j \frac{s - z_i}{N(s, a_j)} \right] = - \lim_{s \rightarrow z_i} \frac{a_j s^j}{\partial N(s, a_j) / \partial s}. \quad (6.194)$$

Ovo vrijedi samo za jednostruke korijene. Višestruki korijeni se u filtrima rijetko javljaju izuzev u nuli i beskonačnosti, pa to nećemo ni razmatrati.

Jednom kad je poznata osjetljivost može se približno odrediti pomak nula i polova funkcije prenosa. Pri relativnoj promjeni parametra $\frac{dx}{x}$, nova lokacija neke nule z_0 se uz poznatu vrijednost $Q_x^{z_0}$ može izračunati sa:

$$p_1 = p_0 + dp_0 \approx p_0 + Q_x^{p_0} \frac{dx}{x}, \quad (6.195)$$

dok je nova lokacija nekog pola p_0 , uz poznatu vrijednost $Q_x^{p_0}$, jednaka

$$p_1 = p_0 + dp_0 \approx p_0 + Q_x^{p_0} \frac{dx}{x}. \quad (6.196)$$

Primjer 6.5:

Data je funkcija prenosa NP filtra:

$$H(s) = \frac{1.4314(s^2 + 2)(s^2 + 3)}{s^5 + 4.5817s^4 + 9.4717s^3 + 14.473s^2 + 11.210s + 8.5883}. \quad (6.197)$$

Korijeni polinoma u nazivniku zadate funkcije prenosa su: $p_1 = -2.6376$, $p_{2,3} = -0.1845 \pm j1.3391$ i $p_{4,5} = -0.7876 \pm j1.3391$. Ako se zadata funkcija prenosa realizuje kao aktivni filter i ako su zavisnosti koeficijenata uz stepene polinoma s^4 i s^2 u nazivniku funkcije prenosa od pojačanja operacionog pojačavača date sa: $4.5817 = 23.6721 \left(1 - \frac{K}{1.24}\right)$, $14.473 = 38.0868(1 - 0.62K)$, sa nominalnom vrijednošću $K = K_0 = 1$, odrediti osjetljivost pola sa najvećim faktorom kvaliteta i njegovu novu lokaciju kad se K mijenja za $\pm 3\%$ u odnosu na svoju nominalnu vrijednost.

Rješenje:

Pol p_2 je najbliži ishodištu i ima najveći Q faktor. Izračunaćemo:

$$\frac{\partial D(s, K)}{\partial K} = -\frac{23.6721}{1.24} s^4 + 38.0868 \cdot 0.62 s^2, \quad (6.198)$$

$$\frac{\partial D(s, K)}{\partial s} = 5s^4 + 18.3268s^3 + 28.4151s^2 + 28.946s + 11.210, \quad (6.199)$$

za nominalnu lokaciju pola $s = p_{20} = -0.1845 + j1.1468$:

$$\frac{\partial D(p_{20}, K)}{\partial K} = 2.3398 - j10.7035, \quad (6.200)$$

$$\left. \frac{\partial D(s, K)}{\partial s} \right|_{p_{20}} = -9.9970 + j1.0994. \quad (6.201)$$

Sada je:

$$Q_K^{p_2} = -\lim_{s \rightarrow p_2} \left[K \frac{\partial D(s, K) / \partial K}{\partial D(s, K) / \partial s} \right] = 0.3476 - j1.0323. \quad (6.202)$$

Nova lokacija pola sa najvećim Q faktorom je:

$$p_2 = p_{20} + dp_2 \approx p_{20} + Q_K^{p_2} \frac{dK}{K}. \quad (6.203)$$

Pri relativnoj promjeni pojačanja operacionog pojačavača za $\pm 3\%$ dobijamo:

$$\frac{dK}{K} = 0.03, K = 1.03 \Rightarrow p_2 = -0.174 + j1.116, \quad (6.204)$$

$$\frac{dK}{K} = -0.03, K = 0.97 \Rightarrow p_2 = -0.195 + j1.178. \quad (6.205)$$

□

6.5.2 Multiparametarska osjetljivost

Za realniju sliku o ponašanju filtra pod uticajem tolerancija elemenata, moramo uzeti u obzir da funkcija prenosa ne zavisi samo od jednog, već od mnogo parametara, odnosno vrijednosti elemenata $x_i, i = 1, 2, \dots, K$, koji svi istovremeno utiču na ponašanje filtra.

Posmatrajmo neku mjeru performansi filtra P za koju ćemo pretpostaviti da zavisi od K parametara filtra. Parametre filtra ćemo zapisati u vektorskom obliku sa:

$$\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_K\}^T. \quad (6.206)$$

Promjena kriterijuma performansi P je:

$$\Delta P \approx \sum_{i=1}^K \frac{\partial P}{\partial x_i} \Big|_{x_{i0}} dx_i = P \sum_{i=1}^K \left(\frac{x_i}{P} \frac{\partial P}{\partial x_i} \right)_{x_{i0}} \frac{dx_i}{x_{i0}}, \quad (6.207)$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \sum_{i=1}^K S_{x_i}^P \frac{dx_i}{x_{i0}}, \quad (6.208)$$

gdje se osjetljivosti $S_{x_i}^P$ računaju oko nominalnih vrijednosti parametara:

$$\mathbf{X}_0 = [x_{10}, x_{20}, \dots, x_{K0}]^T. \quad (6.209)$$

Definišuci vektor osjetljivosti:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{X}}^P = [S_{x_1}^P, S_{x_2}^P, \dots, S_{x_K}^P]^T \quad (6.210)$$

i vektor relativnih promjena parametara oko njihovih nominalnih vrijednosti:

$$d\mathbf{X} = \left[\frac{dx_1}{x_{10}}, \frac{dx_2}{x_{20}}, \dots, \frac{dx_K}{x_{K0}} \right]^T, \quad (6.211)$$

multiparametarsku osjetljivost možemo zapisati u kompaktnoj formi:

$$\frac{\Delta P}{P} \approx (\mathbf{S}_{\mathbf{X}}^P)^T d\mathbf{X}. \quad (6.212)$$

6.5.3 Proizvod pojačanja i osjetljivosti

Pojačanje operacionog pojačavača u otvorenoj petlji A je veoma veliko i ima veliku varijabilnost dA/A . Kako bi se smanjio uticaj pojačanja operacionog pojačavača na performanse filtra, koriste se pojačavači sa povratnom spregom koja smanjuje pojačanje i njegovu varijabilnost.

Posmatrajmo prvo pojačavač sa povratnom spregom koji se koristi kod ENF filtera, prikazan na Slici 6.47.

Pojačanje ovog pojačavača sa povratnom spregom je:

$$\mu_1 = \frac{V_{izl}(s)}{V_{ul}(s)} = \frac{KA}{(K-1)A-K}. \quad (6.213)$$

Znajući da je u praksi $K \ll A$, pojačanje je približno jednako:

$$\mu_1 \approx \frac{K}{K-1}. \quad (6.214)$$

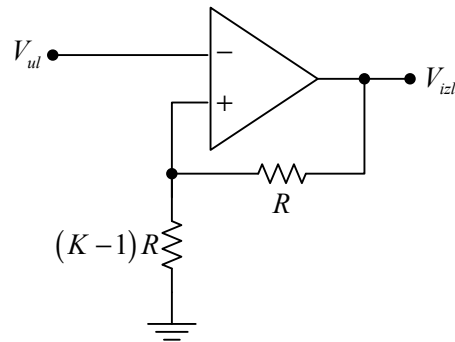
Osjetljivost pojačanja pojačavača sa povratnom spregom na promjenu pojačanja operacionog pojačavača je:

$$S_A^{\mu_1} = \frac{A}{\mu_1} \cdot \frac{\partial \mu_1}{\partial A} = \frac{A}{\mu_1} \cdot \frac{-K^2}{[(K-1)A-K]^2} = -\frac{A}{\mu_1} \cdot \left(\frac{\mu_1}{A}\right)^2 = -\frac{\mu_1}{A} \approx -\frac{K/A}{K-1}, \quad (6.215)$$

dok varijabilnost pojačanja povratne sprege iznosi:

$$\frac{d\mu_1}{\mu_1} = S_A^{\mu_1} \frac{dA}{A} = -\mu_1 \frac{dA}{A^2} \approx -\frac{K}{K-1} \frac{dA}{A^2}. \quad (6.216)$$

Dakle, uz uslov $K \ll A$ koji je u praksi uvijek zadovoljen, varijabilnost pojačanja pojačavača sa povratnom spregom je manja od varijabilnosti pojačanja operacionog pojačavača u otvorenoj vezi.



Slika 6.47 Pojačavač sa povratnom spregom koji se koristi kod ENF filtera.

Uz pretpostavku da neki kriterijum performansi filtra P zavisi od pojačanja povratne sprege, osjetljivost tog kriterijuma performansi na promjenu pojačanja operacionog pojačavača A se može izraziti preko njegove osjetljivosti na promjenu pojačanja u povratnoj sprezi:

$$S_A^P = S_{\mu_1}^P S_A^{\mu_1} = -\frac{\mu_1}{A} S_{\mu_1}^P, \quad (6.217)$$

pa je varijabilnost posmatranog kriterijuma performansi:

$$\frac{dP}{P} = S_A^P \frac{dA}{A} = S_{\mu_1}^P S_A^{\mu_1} \frac{dA}{A} = -\mu_1 S_{\mu_1}^P \frac{dA}{A^2} = -\Gamma_{\mu_1}^P \frac{dA}{A^2}. \quad (6.218)$$

Varijabilnost je proporcionalna faktoru:

$$\Gamma_{\mu_1}^P = \mu_1 S_{\mu_1}^P, \quad (6.219)$$

koji nazivamo *proizvod pojačanja i osjetljivosti*, i članu dA/A^2 koji zavisi samo od upotrijebljenog operacionog pojačavača. Zato se $\Gamma_{\mu_1}^P$ koristi kao mjera za poređenje različitih struktura filtera, pri čemu se smatra da je bolja ona realizacija koja ima manju apsolutnu vrijednost proizvoda pojačanja i osjetljivosti.

Varijabilnost se može izraziti i preko umnoška faktora $\Gamma_K^P = KS_K^P$ i člana dA/A^2 :

$$\begin{aligned} \frac{dP}{P} &= S_A^P \frac{dA}{A} = (-\mu_1 S_{\mu_1}^P) \frac{dA}{A^2} = (-\mu_1 S_K^P S_{\mu_1}^K) \frac{dA}{A^2} = \\ &= (KS_K^P) \frac{dA}{A^2} = \Gamma_K^P \frac{dA}{A^2}. \end{aligned} \quad (6.220)$$

Vrijedi da je $|\Gamma_{\mu_1}^P| = |\Gamma_K^P|$, te se pri optimizaciji ENF filtra umjesto $\Gamma_{\mu_1}^P$ može koristiti Γ_K^P , što ćemo pokazati na sljedeći način. Posmatrajući osjetljivost kriterijuma performansi P kao složenu funkciju pojačanja μ_1 , možemo pisati da je:

$$|\Gamma_{\mu_1}^P| = |\mu_1 S_{\mu_1}^P| = |\mu_1 S_K^P S_{\mu_1}^K|. \quad (6.221)$$

Osjetljivost pojačanja μ_1 na K je:

$$\begin{aligned} S_K^{\mu_1} &= \frac{K}{\mu_1} \frac{d\mu_1}{dK} = \frac{K}{\mu_1} \frac{A[(K-1)A-K] - KA(A-1)}{[(K-1)A-K]^2} = \\ &= \frac{K}{\mu_1} \frac{-A^2}{[(K-1)A-K]^2} \frac{K^2}{K^2} = -\frac{\mu_1}{K}. \end{aligned} \quad (6.222)$$

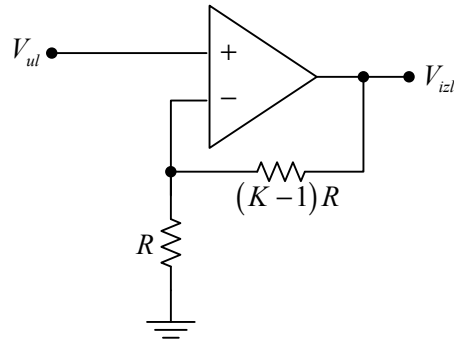
Uvrštavajući:

$$S_{\mu_1}^K = \frac{1}{S_K^{\mu_1}} = -\frac{K}{\mu_1} \quad (6.223)$$

u (6.221) dobijamo da je:

$$|\Gamma_{\mu_1}^P| = |\mu_1 S_{\mu_1}^P| = |\mu_1 S_K^P S_{\mu_1}^K| = \left| \mu_1 S_K^P \left(-\frac{K}{\mu_1} \right) \right| = |-KS_K^P| = |\Gamma_K^P|. \quad (6.224)$$

Za pojačavač sa povratnom spregom koji se koristi kod EPF filtra prikazan na Slici 6.48, uz $K \ll A$, odgovarajuće pojačanje i njegova osjetljivost na promjenu pojačanja operacionog pojačavača su:



Slika 6.48 Pojačavač sa povratnom spregom koji se koristi kod EPF filtera.

$$\mu_2 = \frac{V_{izl}}{V_{ul}} = \frac{K}{1 + K/A} \Big|_{K \ll A} \approx K, \quad (6.225)$$

$$S_A^{\mu_2} = \frac{A}{\mu_2} \cdot \frac{\partial \mu_2}{\partial A} = \frac{A}{\mu_2} \cdot \frac{K^2}{(K+A)^2} = \frac{A}{\mu_2} \cdot \left(\frac{\mu_2}{A}\right)^2 = \frac{\mu_2}{A} \approx \frac{K}{A}. \quad (6.226)$$

Varijabilnost pojačanja pojačavača sa povratnom spregom kod EPF filtera je manja od varijabilnosti pojačanja operacionog pojačavača u otvorenoj vezi i iznosi:

$$\frac{d\mu_2}{\mu_2} = S_A^{\mu_2} \frac{dA}{A} = \mu_2 \frac{dA}{A^2} \approx K \frac{dA}{A^2}. \quad (6.227)$$

$$\Gamma_{\mu_2}^P = \Gamma_K^P. \quad (6.228)$$

Osjetljivost nekog kriterijuma performansi filtra P na promjenu pojačanja operacionog pojačavača A izražena preko njegove osjetljivosti na promjenu pojačanja μ_2 pojačavača sa povratnom spregom je:

$$S_A^P = S_{\mu_2}^P S_A^{\mu_2} = \frac{\mu_2}{A} S_{\mu_2}^P, \quad (6.229)$$

te je varijabilnost jednaka umnošku proizvoda pojačanja i osjetljivosti $\Gamma_{\mu_2}^P = \mu_2 S_{\mu_2}^P$ i člana dA/A^2 :

$$\frac{dP}{P} = S_A^P \frac{dA}{A} = \mu_2 S_{\mu_2}^P \frac{dA}{A^2} = \Gamma_{\mu_2}^P \frac{dA}{A^2}. \quad (6.230)$$

Kod pojačavača koji se koristi kod EPF filtara, vodeći računa da je $S_{\mu_2}^K = 1$, varijabilnost se može izraziti preko umnoška faktora $\Gamma_K^P = KS_K^P$ i člana dA/A^2 :

$$\frac{dP}{P} = S_A^P \frac{dA}{A} = (KS_{\mu_2}^P) \frac{dA}{A^2} = (KS_K^P S_{\mu_2}^K) \frac{dA}{A^2} = (KS_K^P) \frac{dA}{A^2} = \Gamma_K^P \frac{dA}{A^2}. \quad (6.231)$$

Poredeći (6.230) sa (6.231) zaključujemo da je:

$$\Gamma_{\mu_2}^P = \Gamma_K^P. \quad (6.232)$$

Apsolutna vrijednost varijabilnosti nekog kriterijuma performansi P je proporcionalna proizvodu pojačanja i osjetljivosti $\Gamma_K^P = K |S_K^P|$ i člana dA/A^2 , koji zavisi samo od upotrebljenog operacionog pojačavača. Budući da postoji određen stepen slobode pri izboru vrijednosti elemenata pri projektovanju ENF i EPF filtara, vrši se optimizacija tako da se minimizira proizvod pojačanja i osjetljivosti, pri čemu se vodi računa i o osjetljivostima na pasivne komponente.

Podsjetimo se da je izborom $a_0 = a_2 \omega_0^2$ kod ENF i $a_0 = a_2 = 0$ kod EPF filtra postignuto da frekvencija pola funkcije prenosa filtra ω_0 ne zavisi od pojačanja operacionog pojačavača A i odnosa otpornika K u otpornom dijelu pasivne mreže, te su odgovarajuće osjetljivosti jednake nuli: $S_A^{a_0} = 0, S_K^{a_0} = 0$. Osjetljivost frekvencije pola ω_0 na promjenu vrijednosti neke od pasivnih komponenti filtra x je $|S_x^{a_0}| = 0.5$ ako otpornici i kondenzatori imaju različite vrijednosti, dok $|S_x^{a_0}| = 1$ u slučaju jednakih otpornosti i kapacitivnosti.

Kako bismo smanjili varijabilnost potrebno je koristiti operacione pojačavače sa što većim pojačanjem, jer se tako smanjuje faktor dA/A^2 . Kada se odlučimo za ugradnju određenih operacionih pojačavača, onda se varijabilnost može umanjiti smanjivanjem faktora Γ_k^P . Zato se proizvod pojačanja i osjetljivosti koristi kao mjera za poređenje različitih filtarskih struktura.

Na primjer, pretpostavimo da imamo operacioni pojačavač sa $A=10^4$ i $dA/A=60\%$. Neka jedan filter ima osjetljivost nekog kriterijuma performansi $S_\mu^P=6$ uz potrebno pojačanje $\mu=95$, dok drugi filter ima veću osjetljivost $S_\mu^P=38$, ali je potrebno manje pojačanje, $\mu=4$. Varijabilnosti posmatranog kriterijuma performansi kod prvog filtra je:

$$\frac{dP}{P} = 95 \cdot 6 \cdot 0.6 \cdot 10^{-4} = 3.4\%, \quad (6.233)$$

dok za drugi filter vrijedi da je:

$$\frac{dP}{P} = 4 \cdot 38 \cdot 0.6 \cdot 10^{-4} = 0.91\%, \quad (6.234)$$

što pokazuje da je drugi filter pogodniji jer ima manju varijabilnost posmatranog kriterijuma performansi, iako je njegova osjetljivost 6 puta veća.

Primjer 6.6:

Projektovati aktivni propusnik opsega sa centralnom frekvencijom $f_0=1\text{kHz}$ i faktorom kvaliteta $Q=0.707$, u formi ENF filtra tipa B. Pojačanje na centralnoj učestanosti treba da bude jednako jedinici.

Rješenje:

Opšti oblik funkcije prenosa ENF filtra tipa B je:

$$H(s) = \alpha \frac{s^2 + \left[\frac{G_2 + G_3}{C_1} + \left(1 - \beta_1 \frac{K}{\alpha} \right) \frac{G_3}{C_4} \right] s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}. \quad (6.235)$$

Za propusnik opsega je neophodno postaviti $\alpha = 0$, tako da funkcija prenosa poprimi oblik:

$$H(s) = \frac{-\beta_1 K \frac{G_3}{C_4} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}. \quad (6.236)$$

Usvajajući $C_1 = C_4 = C$ i $\frac{G_2}{G_3} = g$, dobijamo sljedeće relacije:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_2 G_3}{C_1 C_4}} = \frac{G_3}{C} \sqrt{g}, \quad (6.237)$$

$$q_z = \frac{\sqrt{C_1 / C_4}}{\sqrt{G_2 / G_3} + \sqrt{G_3 / G_2}} = \frac{\sqrt{g}}{g + 1}, \quad (6.238)$$

$$q = \frac{q_z}{q_p} - 1 = \frac{C_1 / C_4}{1 + G_2 / G_3} = \frac{1}{g + 1}, \quad (6.239)$$

$$Q = \frac{\sqrt{g}}{g - K + 2} \Rightarrow K = g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2. \quad (6.240)$$

Za određivanje vrijednosti preostalih elemenata filtra potrebno je minimizirati proizvod pojačanja i osjetljivosti $\Gamma_K^Q = K S_K^Q$.

Osjetljivost Q faktora na pojačanje K je:

$$S_K^Q = \frac{K}{Q} \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{K}{Q} \frac{\sqrt{g}}{(g - K + 2)^2} = \frac{KQ}{\sqrt{g}}, \quad (6.241)$$

te je proizvod pojačanja i osjetljivosti:

$$\Gamma_K^o = K \cdot S_K^o = \frac{K^2 Q}{\sqrt{g}} = \frac{\left(g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2\right)^2 Q}{\sqrt{g}}. \quad (6.242)$$

Tražeci minimum proizvoda pojačanja i osjetljivosti dolazimo do jednačina:

$$\frac{\partial \Gamma_K^o}{\partial g} = 0 \Rightarrow g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2 = 0 \vee 3g - \frac{\sqrt{g}}{Q} - 2 = 0. \quad (6.243)$$

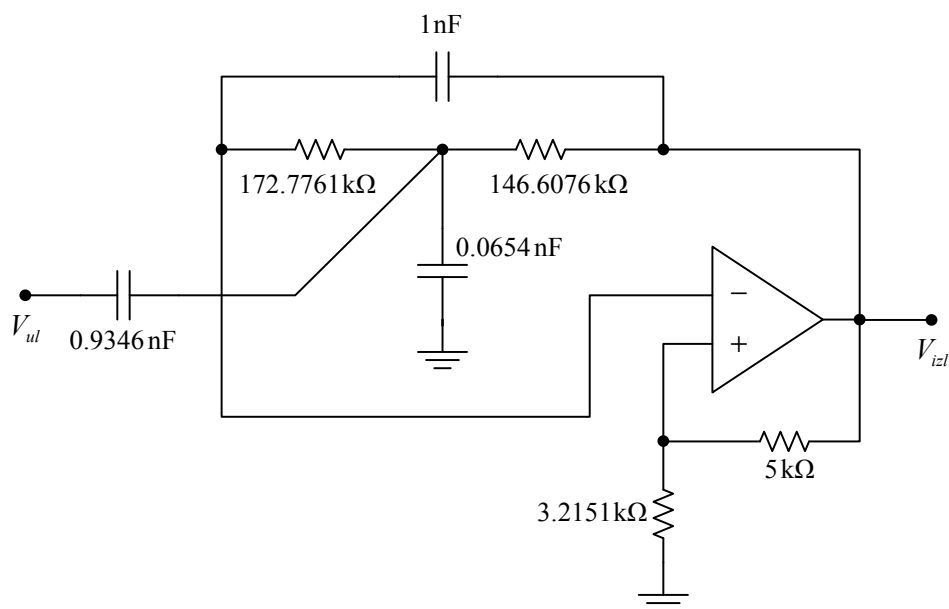
Rješenja prve jednačine nisu realna i kao takva ih odbacujemo. Iz druge jednačine dobijamo vrijednost $g = 1.1785$ za koju proizvod pojačanja i osjetljivosti ima minimum.

Nakon proizvoljnog odabira vrijednosti kapacitivnosti $C = 1\text{nF}$, da bi centralna frekvencija bila jednaka $f_0 = 1\text{kHz}$, pronalazimo vrijednost otpornosti $R_3 = 172.7761\text{k}\Omega$. Kako je $g = \frac{R_3}{R_2} \Rightarrow R_2 = 146.6076\text{k}\Omega$. Znajući

vrijednost $Q = 0.707$, određujemo $K = g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2 = 1.6430$. Da bi pojačanje na

centralnoj učestanosti bilo jednako jedinici potrebno je da bude $\beta_1 K \frac{G_3}{C_4} = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow \beta_1 = 0.9346$. Na kraju, usvajajući za vrijednost otpornosti

$R = 5\text{k}\Omega$, slijedi da je $(K - 1)R = 3.2151\text{k}\Omega$. Šema filtra sa ovako određenim vrijednostima elemenata prikazana je na Slici 6.49.



Slika 6.49 ENF filtar propusnik opsega.

□

Primjer 6.7:

Sallen-Key topologijom realizovati NP filtar određen funkcijom prenosa:

$$H_{NP}(s) = \frac{3.5530 \cdot 10^8}{s^2 + 2.6650 \cdot 10^4 s + 3.5530 \cdot 10^8}.$$

Rješenje:

Za realizaciju ćemo odabrati EPF filtar tipa B. Da bi opšta funkcija prenosa EPF filtra tipa B:

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_i(s)} = -K \frac{(\eta - \beta_4)s^2 + \left[\frac{G_2 + G_3}{C_1}(\eta - \beta_4) + \eta \frac{G_3}{C_4} \right] s + (\eta - \beta_2)\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}, \quad (6.244)$$

poprimila oblik zadane funkcije prenosa NP filtra, potrebno je da bude:

$$\eta = \beta_4 = 0. \quad (6.245)$$

Na osnovu (6.141), iz $\eta = 0$ slijedi da je $\alpha = 0$.

Poredeći funkciju prenosa EPF filtra tipa B sa zadanom funkcijom prenosa, nalazimo da je:

$$\omega_0^2 = 3.553 \cdot 10^8 \Rightarrow \omega_0 = 18.8494 \cdot 10^3 \text{ rad/s},$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = 2.665 \cdot 10^4 \Rightarrow Q = 0.7073.$$

Usvajajući $C_1 = C_4 = C$ i $\frac{G_2}{G_3} = g$ dobijamo sljedeće relacije:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_2 G_3}{C_1 C_4}} = \frac{G_3}{C} \sqrt{g}, \quad (6.246)$$

$$q_z = \frac{\sqrt{G_2 / G_3}}{\sqrt{C_1 / C_4}} = \sqrt{g}, \quad (6.247)$$

$$q = \frac{q_z}{q_p} - 1 = \frac{C_4}{C_1} \left(1 + \frac{G_2}{G_3} \right) = g + 1, \quad (6.248)$$

$$Q = \frac{\sqrt{g}}{g - K + 2} \Rightarrow K = g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2. \quad (6.249)$$

Kako bismo izračunali vrijednosti slobodnih parametara, potrebno je minimizirati proizvod pojačanja i osjetljivosti Q faktora na promjenu pojačanja povratne sprege koje je približno jednako K :

$$\Gamma_\mu^Q = \Gamma_K^Q = KS_K^Q = K \frac{K}{Q} \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{K^2}{Q} \frac{\sqrt{g}}{(g - K + 2)^2} = \frac{Q}{\sqrt{g}} \left(g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2 \right)^2. \quad (6.250)$$

Nakon izjednačavanja prvog izvoda (6.250) sa nulom:

$$\frac{\partial \Gamma_K^Q}{\partial g} = \left(g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2 \right) \frac{3Qg - \sqrt{g} - 2Q}{2g\sqrt{g}} = 0, \quad (6.251)$$

dolazimo do uslova:

$$g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2 = 0 \vee 3g - \frac{\sqrt{g}}{Q} - 2 = 0. \quad (6.252)$$

Rješenja koja nisu realni brojevi odbacujemo, tako da dobijamo $g = 1.1782$ i vrijednost pojačanja $K = 1.6436$.

Usvojimo vrijednosti kapacitivnosti $C = 5 \text{ nF}$ i otpornosti $R = 5 \text{ k}\Omega$, pa zatim odredimo vrijednosti ostalih elemenata filtra:

$$K \cdot \beta_2 = 1 \Rightarrow \beta_2 = 0.6084,$$

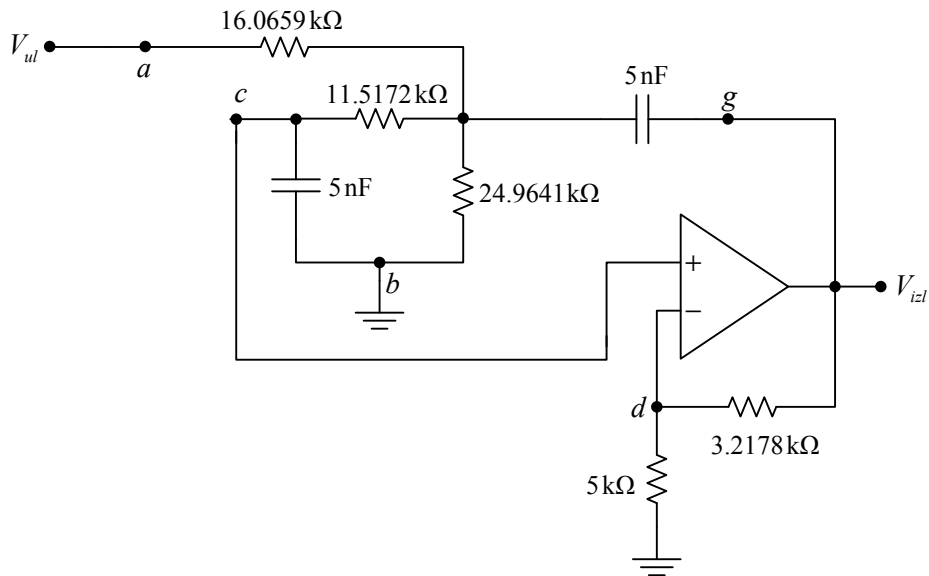
$$\omega_0 = \frac{G_3}{C} \sqrt{g} \Rightarrow R_3 = \frac{1}{G_3} = 11.5172 \text{ k}\Omega,$$

$$\frac{G_2}{G_3} = g \Rightarrow R_2 = \frac{1}{G_2} = 9.7751 \text{ k}\Omega,$$

$$(K - 1)R = 3.2178 \text{ k}\Omega,$$

$$\frac{R_2}{\beta_2} = 16.0659 \text{ k}\Omega, \quad \frac{R_2}{1 - \beta_2} = 24.9641 \text{ k}\Omega.$$

Šema filtra sa ovako određenim vrijednostima elemenata prikazana je na Slici 6.50. Magnituda željenog filtra prikazana je na Slici 6.51, dok je magnituda realizovanog filtra, dobijena simulacijom u PSpice-u, prikazana na Slici 6.52. Prilikom simulacija korišćen je operacioni pojačavač $\mu\text{A}741$.

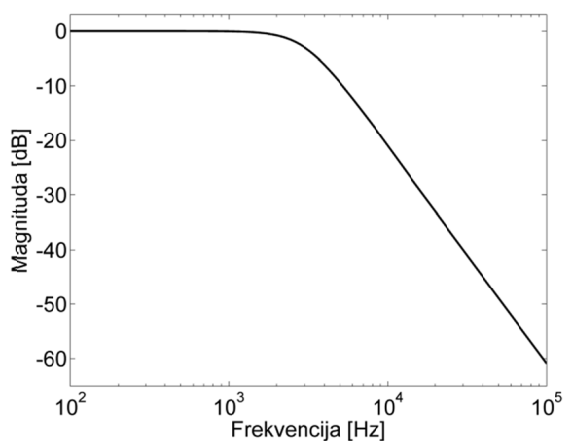


Slika 6.50 Šema NP filtra realizovanog u formi EPF filtra tipa B.

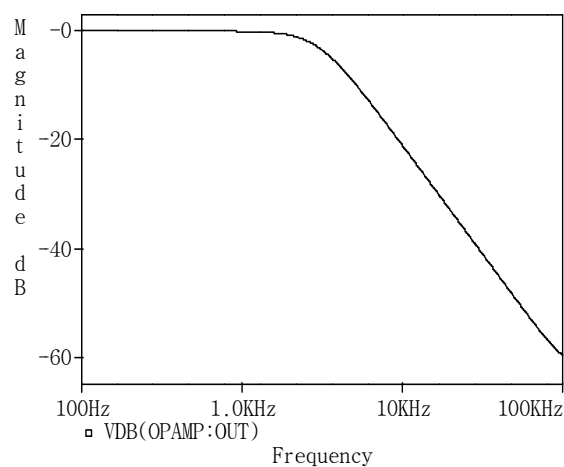
Poredeći željenu amplitudnu karakteristiku sa amplitudnom karakteristikom realizovanog filtra zaključujemo da realizovani filter ispunjava postavljene zahtjeve.

Prilikom određivanja vrijednosti elemenata u Sallen-Key topologijama imamo određenu slobodu izbora. To koristimo kako bismo dobili što je moguće manji proizvod pojačanja i osjetljivosti Q faktora na promjenu pojačanja povratne sprege, jer će pod tim uslovom promjene pojačanja operacionog pojačavača najmanje uticati na izgled amplitudne karakteristike.

Pogledajmo šta se dešava ako prilikom određivanja vrijednosti elemenata filtra ne vodimo računa o minimizaciji proizvoda pojačanja i osjetljivosti. Ako bismo, na primjer, umjesto vrijednosti parametra g koju smo dobili provedenim procesom minimizacije odabrali $g = 64$, dobili bismo NP EPF filter tipa B prikazan na Slici 6.53. Magnituda ovog filtra, dobijena simulacijom u PSpice-u, prikazana je na Slici 6.54. Vidljiva su odstupanja u izgledu magnitude realizovanog filtra u odnosu na magnitudu željenog filtra sa Slike 6.51. Osim toga, ovaj filter je znatno osjetljiviji na promjene pojačanja operacionog pojačavača u poređenju sa filtrom sa Slike 6.50.

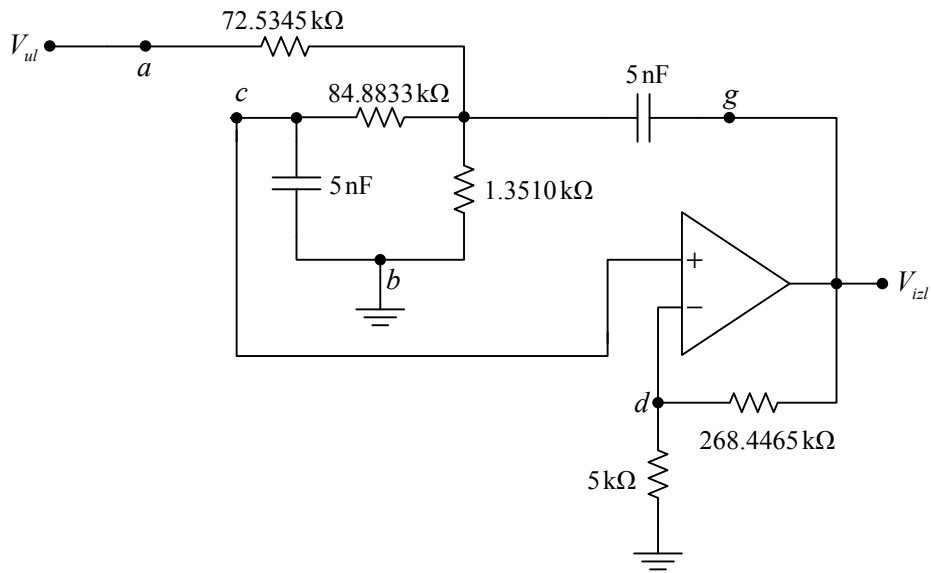


Slika 6.51 Magnituda željenog filtra.

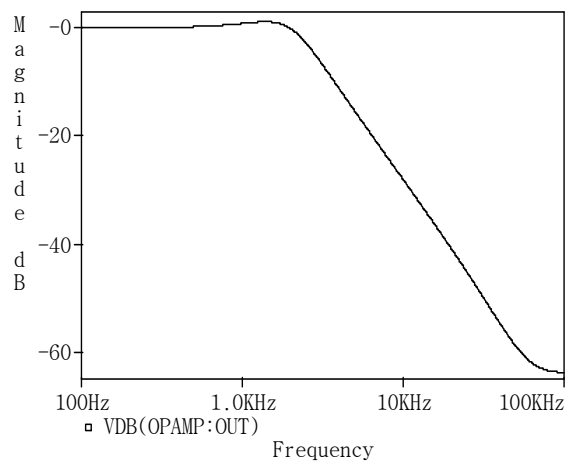


Slika 6.52 Magnituda realizovanog filtra.

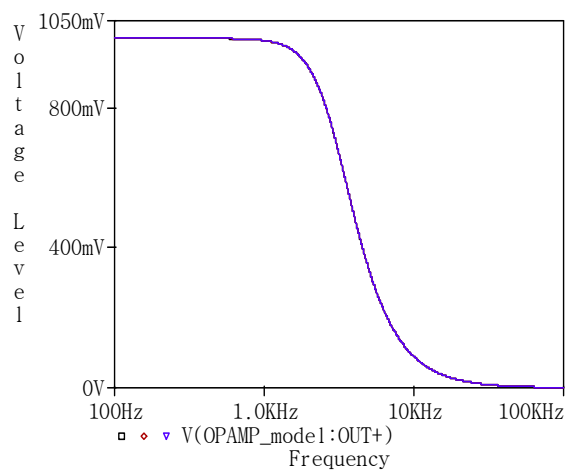
Slika 6.55 pokazuje da nema vidljive promjene magnitude filtra sa Slike 6.50 pri promjeni pojačanja operacionog pojačavača od 10^4 do 10^5 , dok se na Slici 6.56, pri istim promjenama pojačanja operacionog pojačavača, uočavaju promjene magnitude filtra sa Slike 6.53, kod koga nije urađena minimizacija proizvoda pojačanja i osjetljivosti. Ova odstupanja su prisutna, iako u manjoj mjeri, čak i ako se koriste operacioni pojačavači sa veoma velikim pojačanjem.



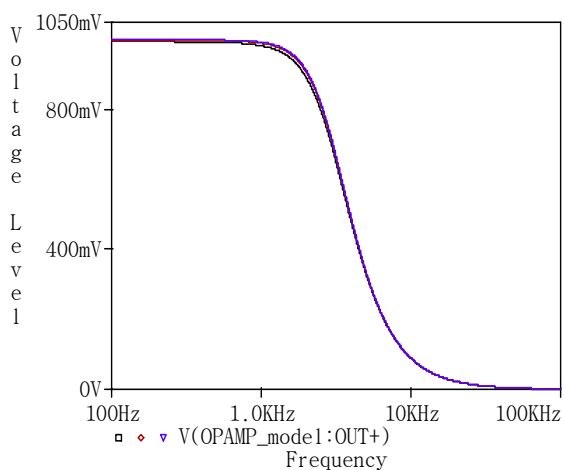
Slika 6.53 Šema NP EPF filtra tipa B realizovanog bez minimizacije proizvoda pojačanja i osjetljivosti.



Slika 6.54 Magnituda NP EPF filtra tipa B realizovanog bez minimizacije proizvoda pojačanja i osjetljivosti.



Slika 6.55 Izlazni napon NP EPF filtra tipa B realizovanog uz minimizaciju proizvoda pojačanja i osjetljivosti za vrijednosti pojačanja: $A = 10000$ (crno), $A = 31623$ (crveno) i $A = 100000$ (plavo).



Slika 6.56 Izlazni napon NP EPF filtra tipa B realizovanog bez minimizacije proizvoda pojačanja i osjetljivosti za vrijednosti pojačanja: $A = 10000$ (crno), $A = 31623$ (crveno) i $A = 100000$ (plavo).

□

Primjer 6.8:

Realizovati Batervortov NP filtar četvrog reda, čija je funkcija prenosa:

$$H(s) = K^2 \frac{1.1023 \cdot 10^{17}}{s^4 + 5.1538 \cdot 10^4 s^3 + 1.3281 \cdot 10^9 s^2 + 1.7111 \cdot 10^{13} s + 1.1023 \cdot 10^{17}},$$

kaskadnim vezivanjem dva aktivna EPF filtra tipa B. Na primjeru ovog filtra analizirati i mogućnost kaskadnog vezivanja filtara koji su realizovani pasivnim ljestvičastim LC mrežama.

Rješenje:

Kaskadno vezivanje mreža kod kojih je ulazna impedansa veoma velika a izlazna mala, kao što je slučaj kod Sallen-Key topologija, neće znatno narušiti pojedinačne funkcije prenosa. Funkcija prenosa kaskadne veze je u tom slučaju približno jednaka proizvodu funkcija prenosa pojedinačnih mreža. Stoga ćemo filtar četvrtog reda realizovati kaskadnom vezom dva EPF filtra drugog reda. Zadatu funkciju prenosa ćemo napisati kao proizvod dvije bikvadratne funkcije:

$$H(s) = H_b(s) \cdot H_b(s), \quad (6.253)$$

$$H_b(s) = K \frac{3.3201 \cdot 10^8}{s^2 + 2.5769 \cdot 10^4 s + 3.3201 \cdot 10^8}. \quad (6.254)$$

Opšti oblik funkcije prenosa EPF filtra tipa B je dat sa:

$$H(s) = -K \frac{(\eta - \beta_4) s^2 + \left[\frac{G_2 + G_3}{C_1} (\eta - \beta_4) + \eta \frac{G_3}{C_4} \right] s + (\eta - \beta_2) \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}, \quad (6.255)$$

gdje su:

$$\eta = \alpha \frac{K-1}{K}, \quad (6.256)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_2 G_3}{C_1 C_4}}, \quad (6.257)$$

$$Q = \frac{q_z}{q+1-K}, \quad (6.258)$$

$$q = \frac{q_z}{q_p} - 1 = \frac{C_4}{C_1} \left(1 + \frac{G_2}{G_3} \right), \quad (6.259)$$

$$q_z = \frac{\sqrt{G_2 / G_3}}{\sqrt{C_1 / C_4}}, \quad (6.260)$$

$$q_p = \frac{\sqrt{G_2 / G_3}}{\sqrt{C_1 / C_4}} \frac{1}{1 + (C_4 / C_1)(1 + G_2 / G_3)}. \quad (6.261)$$

Poređenjem $H_b(s)$ sa opštim oblikom funkcije prenosa EPF filtra tipa B, neophodno je odabrati $\eta = \beta_4 = 0$, odakle slijedi da je $\alpha = 0$.

Ako želimo da pojačanje jednosmjerne komponente, koje se može slobodno birati, bude jednako K , usvojicemo $\beta_2 = 1$. Na ovaj način u realizaciji imamo jedan otpornik manje, jer je $R_2 / (1 - \beta_2)$ beskonačno. Radi jednostavnosti uzмимо da je $C_1 = C_4 = C$ i $G_2 = gG_3$, pa imamo:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{g}}{R_3 C}, \quad (6.262)$$

$$Q = \frac{\sqrt{g}}{g - K + 2}. \quad (6.263)$$

Zatim odredimo Q faktor:

$$\frac{\omega_0}{Q} = 2.5769 \cdot 10^4 \Rightarrow Q = 0.7071. \quad (6.264)$$

Proizvod pojačanja i osjetljivosti iznosi:

$$\Gamma_K^Q = \frac{Q}{\sqrt{g}} \left(g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2 \right)^2, \quad (6.265)$$

čija minimizacija:

$$\frac{\partial \Gamma_K^Q}{\partial g} = \left(g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2 \right) \frac{3Qg - \sqrt{g} - 2Q}{2g\sqrt{g}} = 0 \quad (6.266)$$

dovodi do uslova:

$$g - \frac{\sqrt{g}}{Q} + 2 = 0 \vee 3g - \frac{\sqrt{g}}{Q} - 2 = 0, \quad (6.267)$$

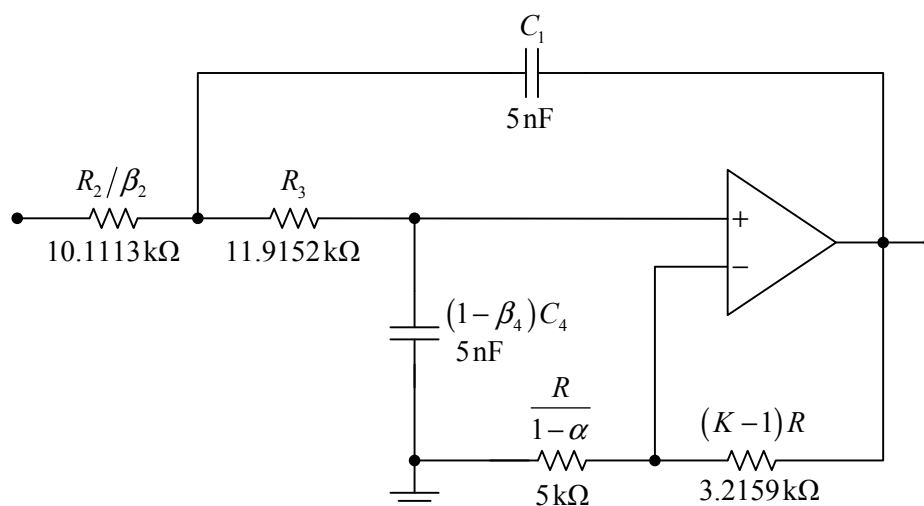
iz kojeg određujemo $g = 1.1784$.

Nakon odabrane vrijednosti za g za koju je proizvod pojačanja i osjetljivosti minimalan, za pojačanje K se dobije:

$$K = 2 + g - \frac{\sqrt{g}}{Q} = 1.6432. \quad (6.268)$$

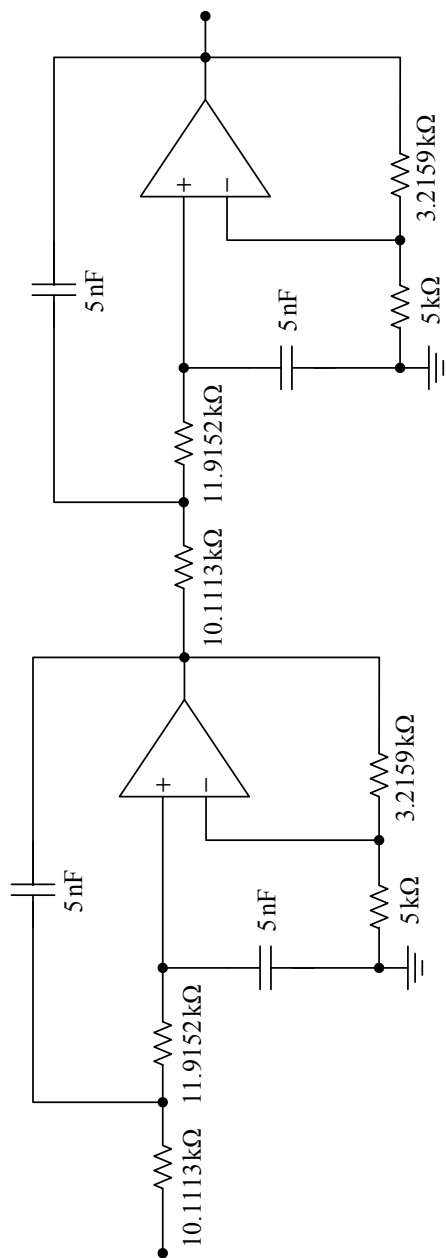
Slobodno birajući vrijednosti kapacitivnosti $C = 5 \text{ nF}$, dobiju se vrijednosti otpornosti: $R_3 = 11.9152 \text{ k}\Omega$ i $R_2 = 10.1113 \text{ k}\Omega$.

Šema Batervortovog NP filtra drugog reda u formi EPF filtra tipa B prikazana je na Slici 6.57. Kaskadnim vezivanjem dva ovakva filtra dobijamo NP Batervortov filter četvrtog reda prikazan na Slici 6.58.

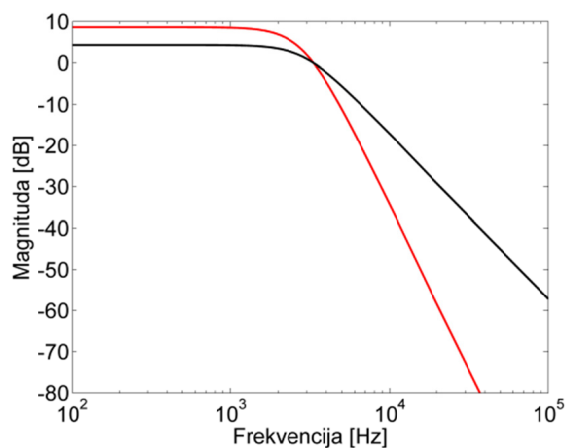


Slika 6.57 Realizacija Batervortovog NP filtra drugog reda sa prenosnom funkcijom $H_b(s)$ u formi aktivnog EPF filtra tipa B.

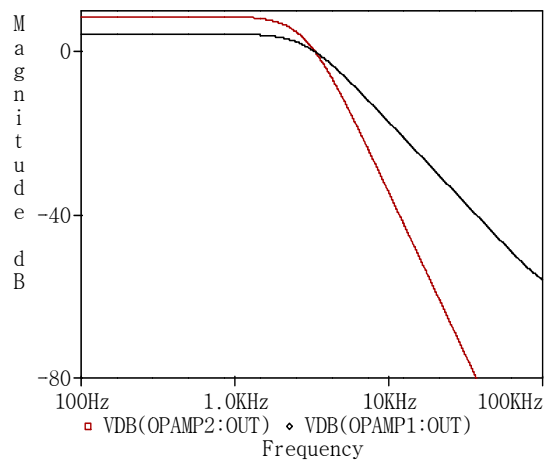
Magnituda Batervortovih NP filtara drugog i četvrtog reda prikazane su na Slici 6.59. Na Slici 6.60 prikazane su magnituda realizovanih EPF filtara drugog i četvrtog reda, dobijene simulacijama u PSpice-u. Rezultati simulacija potvrđuju da realizovani filter četvrtog reda ispunjava postavljene zahtjeve u pogledu amplitudne karakteristike. Sasvim je jasno da se kaskadnim vezivanjem filterarskih ćelija dobija filter boljih amplitudnih karakteristika, sa strmijim prelaznim opsegom. Međutim, pri tome se povećava grupno kašnjenje i njegove promjene u blizini prelaznog osega postaju izraženije, vidjeti Sliku 6.61.



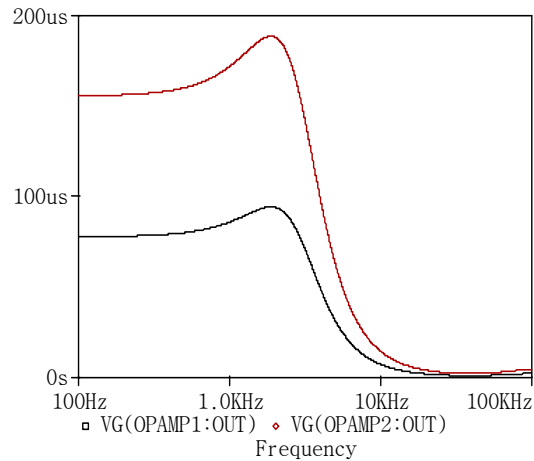
Slika 6.58 Batervortov NP filtar četvrtog reda u formi aktivnog EPF filtra tipa B.



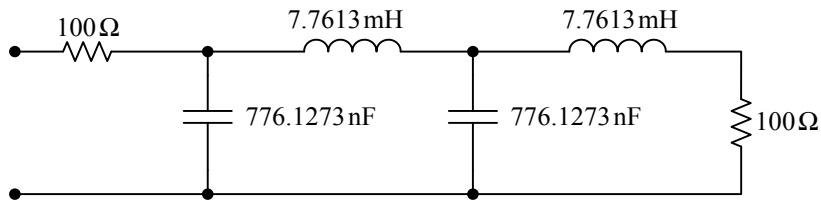
Slika 6.59 Magnituda koja odgovara zadanoj funkciji prenosa $H(s)$ filtra četvrtog reda (crveno) i magnituda koja odgovara funkciji prenosa $H_b(s)$ filtra drugog reda (crno).



Slika 6.60 Magnituda realizovanog filtra četvrtog reda (crveno) i magnituda jednog stepena kaskadne veze (crno).

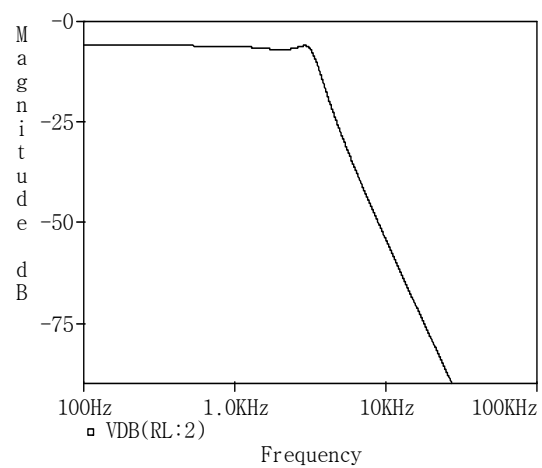


Slika 6.61 Grupno kašnjenje realizovanog filtra četvrtog reda (crveno) i grupno kašnjenje jednog stepena kaskadne veze (crno).



Slika 6.62 Kaskadna veza dva pasivna Batervortova filtra drugog reda.

Ako bismo kaskadno vezali dva pasivna Batervortova filtra drugog reda realizovana u vidu ljestvičastih LC mreža kao na Slici 6.62, zbog neprilagođenja impedansi između ova dva stepena, prilikom kaskadnog vezivanja dolazi do promjene njihovih pojedinačnih funkcija prenosa. Iako su amplitudne karakteristike pasivnih filtara drugog reda po svom obliku (zanemarujući konstantno pojačanje) jednake amplitudnim karakteristikama realizovanih aktivnih filtara drugog reda, amplitudna karakteristika filtra četvrtog reda, koji se dobije kaskadnim vezivanjem pasivnih filtara, odstupa od željene karakteristike. Magnituda filtra sa Slike 6.62 je prikazana na Slici 6.63.



Slika 6.63 Magnituda kaskadne veze pasivnih filtara.

□